

С. А. Миленина

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

УЧЕБНИК И ПРАКТИКУМ ДЛЯ СПО

Под редакцией Н. К. Миленина

2-е издание, переработанное и дополненное

*Рекомендовано Учебно-методическим отделом
среднего профессионального образования в качестве учебника
и практикума для студентов образовательных учреждений
среднего профессионального образования*

**Книга доступна в электронной библиотечной системе
biblio-online.ru**

Москва ■ Юрайт ■ 2019

УДК 621.3(075.32)

ББК 31.2я723

М60

Автор:

Миленина Светлана Александровна — кандидат технических наук, доцент кафедры вычислительной техники Института информационных технологий Московского технологического университета.

Ответственный редактор:

Миленин Николай Кириллович — кандидат технических наук, доцент.

Рецензенты:

Николаев С. С. — доктор технических наук, профессор Московского государственного технического университета имени Н. Э. Баумана;

Одинокоев В. В. — доктор технических наук, профессор Рязанского государственного радиотехнического университета.

Миленина, С. А.

М60 Электротехника : учебник и практикум для СПО / С. А. Миленина ; под ред. Н. К. Миленина. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 263 с. — (Серия : Профессиональное образование).

ISBN 978-5-534-05793-5

Учебник посвящен основам теоретической электротехники. В нем рассмотрены главные методы расчета установившихся и переходных процессов в электрических цепях. Теоретический материал сопровождается подробно решенными примерами.

В конце каждой главы учебника содержатся контрольные вопросы и задания. Их цель — направить студента по наиболее рациональному пути при освоении материала учебника.

Соответствует актуальным требованиям Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования и профессиональным требованиям.

Для студентов технических специальностей образовательных учреждений среднего профессионального образования.

УДК 621.3(075.32)

ББК 31.2я723



Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав. Правовую поддержку издательства обеспечивает юридическая компания «Дельфи».

- © Миленина С. А., Миленин Н. К., 2014
- © Миленина С. А., Миленин Н. К., 2017,
с изменениями
- © ООО «Издательство Юрайт», 2019

ISBN 978-5-534-05793-5

Оглавление

Предисловие	9
Глава 1. Понятие электрической цепи и ее основные законы	11
1.1. Электрическая цепь и ее элементы	11
1.2. Пассивные элементы электрической цепи	12
1.2.1. Резистор как элемент электрической цепи. Основные соотношения. Установившийся синусоидальный режим в линейном резисторе.....	12
1.2.2. Индуктивность как элемент электрической цепи. Основные соотношения. Особенности стационарного и установившегося синусоидального режимов в индуктивности	13
1.2.3. Емкость как элемент электрической цепи. Основные соотношения. Особенности стационарного и установившегося синусоидального режимов в емкости	14
1.3. Активные элементы электрической цепи	16
1.3.1. Источник электродвижущей силы	16
1.3.2. Источник тока	17
1.4. Реальный источник и его внешняя характеристика	17
1.4.1. Простейшие схемы замещения реального источника.....	19
1.4.2. Понятие внутреннего сопротивления реального источника. Внутренние сопротивления идеальных источников ЭДС и тока	19
1.5. Напряжение на участке цепи. Обобщенный закон Ома.....	20
1.6. Топологические элементы электрической цепи.....	21
1.7. Законы Кирхгофа	21
1.7.1. Первый закон Кирхгофа.....	22
1.7.2. Второй закон Кирхгофа.....	22
1.7.3. Общий вид системы уравнений Кирхгофа. Классификация задач анализа электрических цепей	23
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>24</i>
Глава 2. Методы расчета стационарных режимов в линейных электрических цепях ...	26
2.1. Особенности уравнений Кирхгофа для стационарного режима	26
2.2. Метод контурных токов	27
2.3. Метод узловых потенциалов	28
2.3.1. Общая характеристика метода. Уравнения цепи относительно потенциалов узлов.....	28
2.3.2. Понятие проводимости ветви.....	29
2.3.3. Правила записи системы уравнений относительно узловых потенциалов по виду схемы.....	30
2.4. Понятие входного сопротивления пассивного двухполюсника и его простейшая схема замещения	30
2.5. Простейшие схемы замещения активного двухполюсника в стационарном режиме.....	31
2.5.1. Понятие входного сопротивления активного двухполюсника	31
2.5.2. Теорема об активном двухполюснике (эквивалентном генераторе). Виды простейшей схемы замещения активного двухполюсника.....	32
2.6. Метод эквивалентного генератора	32
2.7. Методика расчета режима в нелинейной резистивной нагрузке линейного активного двухполюсника	34
2.8. Условие передачи наибольшей мощности от активного двухполюсника к пассивному в стационарном режиме	35
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>37</i>

Глава 3. Цепи переменного периодического тока	38
3.1. Основные понятия и характеристики цепей переменного периодического тока	38
3.2. Действующее (эффективное) значение переменного тока	39
3.2.1. Связь между действующим и мгновенным значениями переменного тока	39
3.2.2. Связь между действующим значением синусоидального тока и его амплитудным значением	40
3.2.3. Понятия действующих значений напряжения и ЭДС	40
3.2.4. Основные измерительные приборы и их учет в расчетных схемах	40
3.3. Условия возникновения и существования синусоидального режима в линейной цепи	41
3.4. Комплексная плоскость и некоторые ее свойства	42
3.5. Изображение синусоидальной функции времени на комплексной плоскости	42
3.5.1. Понятия комплексной амплитуды и комплекса действующего значения	42
3.5.2. Операции дифференцирования и интегрирования синусоидальных функций времени на комплексной плоскости	43
3.5.3. Связь между комплексами тока и напряжения в элементах R, L, C . Понятие комплексного сопротивления	44
3.6. Законы Кирхгофа для комплексов. Порядок расчета установившегося синусоидального режима символическим методом	45
3.7. Векторная диаграмма	49
3.8. Расчет периодического несинусоидального режима в линейной цепи	50
3.8.1. Идея метода и порядок расчета	50
3.8.2. Действующее значение периодического тока, представленного гармоническим рядом	51
3.9. Трехфазные цепи	52
3.9.1. Понятия трехфазного источника и трехфазной цепи	52
3.9.2. Варианты соединения фазных обмоток трехфазного генератора	53
3.9.3. Виды соединения нагрузок трехфазного генератора и основные структурные варианты трехфазной цепи	55
3.9.4. Особенности расчета симметричного режима в трехфазной цепи	58
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	59
Глава 4. Энергетические характеристики цепи синусоидального и периодического несинусоидального токов	61
4.1. Мгновенная мощность	61
4.2. Активная мощность	63
4.3. Понятия полной и реактивной мощностей	65
4.4. Единицы измерения мгновенной, активной, полной и реактивной мощностей	66
4.5. Условие передачи наибольшей активной мощности от активного двухполюсника к пассивному в синусоидальном режиме	66
4.6. Активная мощность, потребляемая линейным пассивным двухполюсником в периодическом несинусоидальном режиме	70
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	71
Глава 5. Пассивный двухполюсник в цепи синусоидального тока. Резонансы	73
5.1. Простейшие схемы замещения пассивного двухполюсника в синусоидальном режиме	73
5.2. Резонансное состояние пассивного двухполюсника	75
5.2.1. Резонанс напряжений	75
5.2.2. Резонанс токов	77
5.3. Резонанс напряжений в неразветвленном RLC -контуре	78
5.3.1. Основные соотношения при резонансе	78
5.3.2. Понятия характеристического сопротивления и добротности последовательного контура	80
5.3.3. Частотная характеристика $I(\omega)$ последовательного контура	80
5.3.4. Полоса пропускания	81
5.4. Резонанс токов в параллельном колебательном контуре	82
5.4.1. Основные соотношения при резонансе	82
5.4.2. Идеальный параллельный контур (без потерь)	84

5.4.3. Избирательные свойства параллельного колебательного контура.....	86
5.5. Сравнение избирательных свойств последовательного и параллельного колебательных контуров	87
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>88</i>
Глава 6. Цепи с взаимной индукцией в установившемся синусоидальном режиме ...	89
6.1. Параметры, характеризующие индуктивно связанные катушки.....	89
6.1.1. Понятие коэффициента взаимной индукции	89
6.1.2. Коэффициент связи	91
6.1.3. Понятие одноименных зажимов.....	92
6.2. Напряжение взаимной индукции	92
6.3. Учет напряжения взаимной индукции в уравнениях по второму закону Кирхгофа	93
6.4. Последовательное соединение индуктивно связанных катушек в синусоидальном режиме	96
6.5. Линейный трансформатор в синусоидальном режиме.....	98
6.5.1. Основные уравнения линейного трансформатора при синусоидальном режиме и векторная диаграмма	99
6.5.2. Вносимое сопротивление.....	100
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>102</i>
Глава 7. Основы теории линейных пассивных четырехполюсников в синусоидальном режиме	105
7.1. Основные уравнения линейного пассивного четырехполюсника.....	106
7.2. Расчет коэффициентов основных уравнений линейного пассивного четырехполюсника	108
7.3. Простейшие схемы замещения линейного пассивного четырехполюсника.....	110
7.4. Понятие комплексного коэффициента передачи линейной системы.....	111
7.5. Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики линейного пассивного четырехполюсника	112
7.6. Симметричный четырехполюсник и его характеристические параметры	114
7.6.1. Характеристическое сопротивление	114
7.6.2. Постоянная передачи	115
7.7. Понятие о частотных электрических фильтрах.....	116
7.7.1. Пассивные LC-фильтры.....	117
7.7.2. Пассивные RC-фильтры.....	118
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	<i>119</i>
Глава 8. Классический метод расчета переходных процессов в линейных электрических цепях	122
8.1. Законы коммутации	123
8.2. Независимые и зависимые начальные условия	123
8.3. Основные этапы классического метода расчета переходного процесса в линейной цепи	124
8.4. Особенности переходного процесса в цепях первого порядка	130
8.4.1. Вид свободной составляющей.....	130
8.4.2. Понятие постоянной времени	130
8.4.3. Приближенная оценка длительности переходного процесса в цепи первого порядка.....	131
8.5. Переходный процесс в неразветвленном RLC-контуре при подключении его к источнику постоянной ЭДС.....	131
8.5.1. Особенности характеристического уравнения цепи и его корней. Виды свободной составляющей.....	131
8.5.2. Аперiodический режим.....	132
8.5.3. Критический режим.....	134
8.5.4. Колебательный режим	135
8.6. Получение характеристического уравнения по комплексному входному сопротивлению цепи.....	136

8.7. Особенности переходных процессов в цепях второго порядка.....	138
8.7.1. Виды свободной составляющей.....	138
8.7.2. Рекомендации по расчету постоянных интегрирования.....	139
8.7.3. Оценка длительности переходного процесса в цепях второго порядка.....	139
8.8. Дифференцирующие и интегрирующие цепи.....	140
8.8.1. Дифференцирующее RC -звено.....	140
8.8.2. Интегрирующее RC -звено.....	141
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	142

Глава 9. Операторный метод расчета переходных процессов в линейных электрических цепях.....	145
9.1. Прямое и обратное преобразования Лапласа.....	145
9.2. Связь между изображениями тока и напряжения в элементах R, L, C . Их операторные схемы замещения.....	147
9.3. Законы Кирхгофа для изображений.....	149
9.4. Порядок расчета переходных процессов операторным методом.....	149
9.5. Теорема разложения.....	153
9.6. Операторный метод расчета переходных процессов в линейных пассивных цепях при произвольных (непериодических) воздействиях.....	156
9.6.1. Понятие передаточной функции пассивной цепи $K(p)$ и рекомендации по ее нахождению.....	156
9.6.2. Основные этапы операторного метода расчета переходных процессов при произвольных внешних воздействиях.....	159
9.6.3. Рекомендации по определению изображения входного воздействия $X_{вх}(p)$. Применение теоремы запаздывания.....	159
9.6.4. Изображение ступенчатой функции.....	159
9.6.5. Изображение экспоненциального импульса длительностью $t_{и}$	160
9.7. Связь передаточной функции $K(p)$ и комплексного коэффициента передачи $K(j\omega)$	162
9.8. Сравнение операторного метода расчета переходных процессов с классическим.....	163
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	163

Глава 10. Принцип наложения и его применение для расчета переходного процесса в цепи линейного пассивного двухполосника при произвольных воздействиях на его входе.....	166
10.1. Постановка задачи и принципы подхода к ее решению.....	166
10.2. Ступенчатое представление импульсного входного воздействия.....	168
10.2.1. Понятие переходной характеристики цепи $h(t)$ (переходной функции).....	168
10.2.2. Расчет реакции линейной цепи на ступенчатое воздействие.....	169
10.3. Применение интеграла Дюамеля при расчете реакции линейной цепи на непрерывное и кусочно-непрерывное воздействия.....	170
10.3.1. Расчет реакции линейной цепи на непрерывное воздействие.....	170
10.3.2. Расчет реакции линейной цепи на кусочно-непрерывное воздействие.....	173
10.4. Импульсная характеристика и ее применение для расчета переходных процессов при сложных воздействиях.....	174
10.4.1. Функция Дирака (δ -функция).....	174
10.4.2. Понятие импульсной характеристики.....	175
10.4.3. Связь импульсной характеристики $h_0(t)$ с переходной функцией $h(t)$	176
10.4.4. Разновидность интеграла Дюамеля, содержащая импульсную характеристику.....	177
10.4.5. Изображения по Лапласу переходной $h(t)$ и импульсной $h_0(t)$ характеристик. Их связь с передаточной функцией $K(p)$	178
10.5. Спектральный метод расчета переходных процессов.....	179
10.5.1. Вещественная и комплексная формы ряда Фурье для периодической функции времени.....	179
10.5.2. Спектральное представление непериодического сигнала. Понятие спектральной плотности.....	180

10.5.3. Понятие амплитудного и фазового спектров сигнала	181
10.5.4. Связь преобразования Фурье с прямым преобразованием Лапласа.....	181
10.6. Связь между энергией непериодического сигнала и его спектром	184
10.6.1. Понятие энергии импульса.....	184
10.6.2. Равенство Парсеваля. Спектральная плотность энергии	184
10.6.3. Понятие ширины спектра	186
10.7. Связь между спектрами входного и выходного сигналов для линейной пассивной цепи	186
10.8. Порядок расчета переходных процессов спектральным методом.....	187
10.9. Сравнение спектрального и операторного методов расчета	189
<i>Контрольные вопросы и задания</i>	190

Практикум ЗАДАНИЯ ДЛЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ И ПРИМЕРЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Задание П1. Расчет установившегося режима под действием постоянных источников	192
П1.1. Постановка задачи.....	192
П1.2. Пример П1.1. Расчет разветвленной цепи с тремя независимыми контурами и четырьмя узлами	192
П1.3. Предлагаемые для расчета схемы	196
П1.4. Вопросы на защиту выполненного расчетного задания П1	205
П1.4.1. Основные свойства элементов электрической цепи. Законы Кирхгофа.....	205
П1.4.2. Методы расчета стационарных режимов в линейных электрических цепях.....	206
Задание П2. Расчет установившегося синусоидального режима	207
П2.1. Постановка задачи.....	207
П2.2. Пример П2.1. Применение символического метода для расчета установившегося режима в разветвленной цепи, находящейся под воздействием источника синусоидального напряжения.....	207
П2.3. Методика получения частотных зависимостей $ Z_{вх}(\omega) $ и $ Y_{вх}(\omega) $ для двухполосников различной структуры.....	210
П2.3.1. Пример П2.2. Последовательная RLC-цепь	210
П2.3.2. Пример П2.3. Параллельный RLC-контур.....	210
П2.3.3. Пример П2.4. Разветвленная резистивно-индуктивная цепь	211
П2.4. Структура задания П2 и его варианты	212
П2.4.1. Первая подгруппа с номерами вариантов: 1, 11, 21, ..., 111	212
П2.4.2. Вторая подгруппа с номерами вариантов: 2, 12, 22, ..., 112	213
П2.4.3. Третья подгруппа с номерами вариантов: 3, 13, 23, ..., 113.....	213
П2.4.4. Четвертая подгруппа с номерами вариантов: 4, 14, 24, ..., 114	214
П2.4.5. Пятая подгруппа с номерами вариантов: 5, 15, 25, ..., 115	214
П2.4.6. Шестая подгруппа с номерами вариантов: 6, 16, 26, ..., 116	215
П2.4.7. Седьмая подгруппа с номерами вариантов: 7, 17, 27, ..., 117.....	215
П2.4.8. Восьмая подгруппа с номерами вариантов: 8, 18, 28, ..., 118.....	216
П2.4.9. Девятая подгруппа с номерами вариантов: 9, 19, 29, ..., 119	216
П2.4.10. Десятая подгруппа с номерами вариантов: 10, 20, 30, ..., 120	217
П2.5. Вопросы на защиту выполненного расчетного задания П2	217
Задание П3. Расчет переходного процесса в цепи первого порядка.....	219
П3.1. Постановка задачи.....	219
П3.2. Пример П3.1. Цепь первого порядка с конденсатором	219
П3.2.1. Решение классическим способом.....	219
П3.2.2. Решение операторным методом.....	221
П3.3. Пример П3.2. Цепь первого порядка с индуктивностью.....	222
П3.3.1. Решение классическим методом.....	222
П3.3.2. Решение операторным методом.....	223

П3.4. Определение номера схемы, вида коммутации и искомой величины по номеру варианта (табл. П3.1)	224
П3.5. Варианты схем, предлагаемых для расчета	226
П3.6. Вопросы на защиту выполненного расчетного задания ПЗ	229
Задание П4. Расчет переходного процесса в цепи второго порядка	230
П4.1. Постановка задачи	230
П4.2. Пример П4.1. Цепь второго порядка с ненулевыми начальными условиями	230
П4.2.1. Решение классическим методом	230
П4.2.2. Решение операторным методом	232
П4.3. Определение по номеру варианта номера расчетной схемы и искомой величины (табл. П4.1)	234
П4.4. Варианты предлагаемых для расчета схем	235
П4.5. Вопросы на защиту выполненного расчетного задания П4	239
Задание П5. Передаточная функция. Переходная и импульсная характеристики. Интеграл Дюамеля	240
П5.1. Постановка задачи	240
П5.2. Пример П5.1. Пассивная цепь первого порядка (с индуктивностью) при импульсном воздействии	240
П5.2.1. Передаточная функция $K(p)$	240
П5.2.2. Переходная характеристика $h(t)$	241
П5.2.3. Импульсная характеристика $h_s(t)$	242
П5.2.4. Реакция на заданное импульсное воздействие	242
П5.3. Определение по номеру варианта: 1) номера схемы; 2) выходной величины $x_{\text{вых}}(t)$; 3) номера импульсного воздействия (табл. П5.1)	243
П5.4. Варианты пассивных схем	244
П5.5. Варианты импульсных воздействий $u_{\text{вх}}(t)$	247
П5.6. Вопросы на защиту выполненного расчетного задания П5	249
Примеры контрольных работ	251
П6.1. Контрольная работа № 1	251
П6.1.1. Задача П6.1	251
П6.1.2. Задача П6.2	252
П6.1.3. Задача П6.3	253
П6.2. Контрольная работа № 2	254
П6.2.1. Задача П6.4	254
П6.2.2. Задача П6.5	255
П6.3. Контрольная работа № 3	256
П6.3.1. Задача П6.6	256
П6.3.2. Задача П6.7	257
Заключение	259
Литература	260
Новые издания по дисциплине «Электротехника» и смежным дисциплинам	262

Предисловие

Учебник «Электротехника» относится к базовой части профессионального цикла дисциплин специальности «Информатика и вычислительная техника». Он соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту среднего профессионального образования.

В основу учебника положены материалы курсов лекций, читаемых автором в МТУ по дисциплинам «Теоретические основы электротехники», «Электротехника и электроника» и «Электротехника, электроника и схемотехника», которая включена в учебный план подготовки студентов как базовый курс вместо первых двух дисциплин.

Учебник посвящен основам теоретической электротехники. В нем рассмотрены главные методы расчета установившихся и переходных процессов в электрических цепях. Теоретический материал сопровождается подробно решенными примерами.

Процесс преподавания курса «Электротехника» включает три вида аудиторных занятий: лекции, семинары и лабораторные работы. Именно на семинарах и в лаборатории, а также при выполнении специально разработанного комплекса домашних расчетных заданий, охватывающих важнейшие разделы курса, студентом приобретаются профессиональные навыки и умения. Причем лабораторные исследования могут проводиться не только на стендах с реальными элементами, но и на компьютерных моделях.

В результате изучения дисциплины студент должен освоить:

трудовые действия

- владение практическими навыками применения основных законов электротехники и методов расчета электрических цепей к решению поставленных задач по проектированию схемотехнических устройств;

- методами анализа электрических цепей;

необходимые умения

- пользоваться электротехническими справочниками;

- решать уравнения электрического состояния цепи;

- рассчитывать параметры электрических цепей;

необходимые знания

- основные законы и методы расчета и анализа электрических цепей в установившихся и переходных режимах;

- понятия и характеристики цепей переменного периодического, синусоидального и периодического несинусоидального токов;

- основные положения, законы и задачи теории электрических цепей.

Автор выражает глубочайшую благодарность Почетному радисту России, кандидату технических наук, доценту Николаю Кирилловичу Миленину, взявшему на себя не только нелегкий труд научного редактора руко-

писи учебника, но и всю предварительную работу при подготовке ее к изданию.

Автор благодарит рецензентов доктора технических наук, профессора МГТУ им. Н. Э. Баумана Сергея Сергеевича Николаева, доктора технических наук, профессора РГРУ Валерия Федоровича Одинокова, а также технического редактора Павла Александровича Макарова за внимательное прочтение рукописи, ценные советы и замечания.

Глава 1

ПОНЯТИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ И ЕЕ ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ

В результате изучения данной главы студент должен:

знать

- строгое определение и основные свойства пассивных и активных элементов расчетной модели реального электротехнического устройства;

- законы Кирхгофа;

уметь

- записывать в общем виде полную систему независимых уравнений Кирхгофа для заданной электрической схемы;

владеть

- навыками выбора правильной методики решения составленных уравнений в зависимости от вида поставленной задачи (расчет стационарного, синусоидального режимов и т.п.).

1.1. Электрическая цепь и ее элементы

Электрическая цепь — это расчетная модель реального электротехнического устройства. Она строится из элементов.

Элемент электрической цепи — идеализированный участок, где генерируется, запасается или преобразуется в другую форму электрическая энергия. Различают элементы пассивные и активные.

Элементы, в которых электрическая энергия запасается или необратимо преобразуется в другую форму, называются *пассивными*. Используемые в теории цепей пассивные элементы принято делить на три идеализированные группы: резисторы (сопротивления), индуктивности, емкости. Следует иметь в виду, что названные термины могут применяться для обозначения как самого пассивного элемента с определенными свойствами, так и величины параметра, характеризующего этот элемент.

Реальные элементы (катушки индуктивности, конденсаторы, потенциометры, реостаты и т.п.) проявляют в той или иной степени свойства, присущие идеальным пассивным элементам всех трех видов (резистивные, индуктивные, емкостные), что учитывается при построении их расчетных моделей.

Активные элементы являются генераторами электрической энергии. При построении электрических схем пользуются двумя видами идеальных активных элементов: источниками электродвижущей силы (ЭДС) и источниками тока.

Таким образом, цепная расчетная модель строится из пяти основных элементов: резистор, индуктивность, емкость, идеальный источник ЭДС, идеальный источник тока.

1.2. Пассивные элементы электрической цепи

1.2.1. Резистор как элемент электрической цепи. Основные соотношения. Установившийся синусоидальный режим в линейном резисторе

Резистор (рис. 1.1) — элемент, в котором происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую (иногда — в механическую или химическую). Резистор — всегда потребитель энергии.

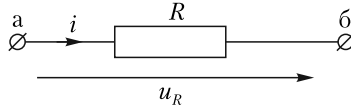


Рис. 1.1. Резистор — элемент, необратимо преобразующий электрическую энергию в тепловую

При выбранных на рис. 1.1 положительных направлениях ток и напряжение на резисторе связаны соотношением

$$u_R = u_{a\delta} = \varphi_a - \varphi_\delta = iR.$$

Здесь $\varphi_a, \varphi_\delta$ — потенциалы точек «а» и «б»; R — сопротивление резистора.

Если величина $R = \text{const}$ (не зависит от протекающего тока либо приложенного напряжения), то резистор называется *линейным*. Для такого резистора при протекании через него переменного тока $i(t)$ напряжение по форме повторяет ток:

$$u_R(t) = Ri(t). \quad (1.1)$$

Например, когда ток в резисторе постоянен, напряжение также постоянно.

Рассмотрим важный для практики случай, когда ток в резисторе изменяется по периодическому закону (рис. 1.2)

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi),$$

где I_m — амплитуда; $\omega t + \varphi$ — фаза; φ — начальная фаза (на рис. 1.2 $\varphi = 0$); $\omega = 2\pi/T$ — угловая частота; T — период синусоиды. Из формулы (1.1) следует, что

$$u_R = Ri(t) = RI_m \sin(\omega t + \varphi) = U_{mR} \sin(\omega t + \varphi).$$

Вывод. В установившемся синусоидальном режиме напряжение и ток в резисторе по фазе совпадают (одновременно проходят через ноль, одновременно достигают максимума), как показано на рис. 1.2. Амплитудные значения напряжения и тока в резисторе связаны соотношением $U_{mR} = RI_m$, которое можно считать законом Ома для амплитуд.

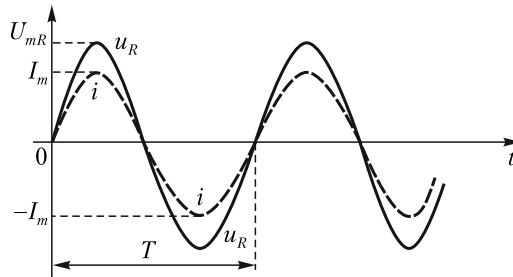


Рис. 1.2. В синусоидальном режиме напряжение и ток в резисторе совпадают по фазе

1.2.2. Индуктивность как элемент электрической цепи. Основные соотношения. Особенности стационарного и установившегося синусоидального режимов в индуктивности

Индуктивность (рис. 1.3) — элемент, запаасающий электрическую энергию в магнитном поле. Запасенная энергия при соответствующих условиях может быть полностью возвращена источнику. Идеальная индуктивность — только накопитель энергии, свойствами необратимого потребления энергии не обладает.

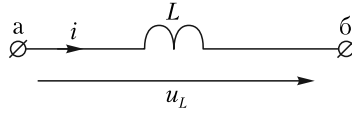


Рис. 1.3. Индуктивность — элемент, запаасающий энергию в магнитном поле

При выбранных на рис. 1.3 положительных направлениях напряжение и ток в индуктивности связаны соотношением

$$u_L = \varphi_a - \varphi_b = L \frac{di(t)}{dt},$$

т.е. разность потенциалов на индуктивном элементе пропорциональна скорости изменения тока во времени. Величина индуктивности L выступает как коэффициент пропорциональности между u_L и di/dt . Если $L = \text{const}$, т.е. не зависит от протекающего тока, индуктивность называется линейной.

Разность потенциалов на индуктивности возникает только в случае изменения тока во времени (когда $\frac{di}{dt} \neq 0$). Поэтому в стационарном режиме под действием постоянных источников, когда $i(t) = \text{const}$, индуктивность проявляет себя как проводник нулевого сопротивления, называемый короткозамкнутой перемычкой — к.з. (рис. 1.4).

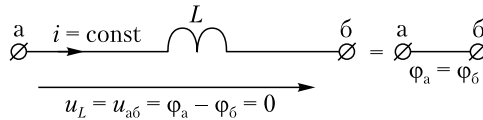


Рис. 1.4. В стационарном режиме ($i = \text{const}$) индуктивность проявляет себя как короткозамкнутая перемычка

Если в индуктивности протекает синусоидальный ток $i(t) = I_m \sin \omega t$, напряжение на индуктивности равно

$$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = \omega L I_m \sin(\omega t + 90^\circ) = U_{mL} \sin(\omega t + 90^\circ).$$

Вывод. Напряжение на индуктивности — гармоническая функция той же частоты, что и ток. Но фаза синусоидального напряжения на индуктивности превышает фазу тока на 90° . Кривая напряжения проходит через ноль на четверть периода раньше (рис. 1.5, а).

Амплитуды напряжения и тока в индуктивности связаны соотношением

$$U_{mL} = \omega L I_m,$$

его можно трактовать как закон Ома, причем роль сопротивления выполняет величина $X_L = \omega L$, называемая индуктивным сопротивлением. Индук-

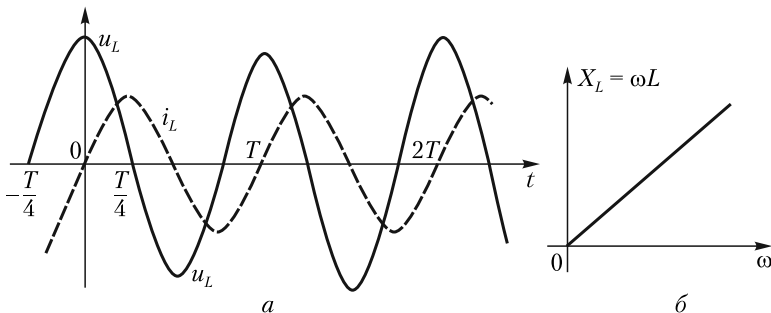


Рис. 1.5. Синусоидальный режим в индуктивности:

a — в синусоидальном режиме напряжение на индуктивности опережает по фазе ток на 90° ;
б — индуктивное сопротивление $X_L = \omega L$ пропорционально частоте ω

тивное сопротивление зависит от частоты (рис. 1.5, б), а именно: при $\omega \rightarrow 0$ $X_L \rightarrow 0$, а при $\omega \rightarrow \infty$ $X_L \rightarrow \infty$. Поэтому в инженерной практике при качественном анализе схем на низких частотах ($\omega \rightarrow 0$) индуктивности закорачивают, а на высоких частотах ($\omega \rightarrow \infty$) — обрывают.

Реальная катушка обладает, наряду с индуктивными свойствами, резистивными потерями. Поэтому простейшая схема замещения реальной катушки содержит два идеальных элемента: индуктивность и резистор. Возможны как последовательная, так и параллельная схемы замещения катушки. На рис. 1.6 изображен последовательный вариант, включающий индуктивность L_Σ и резистор R_Σ .



Рис. 1.6. Простейшая схема замещения реальной катушки индуктивности

При синусоидальном режиме для характеристики соотношения между индуктивным ωL_Σ и резистивным R_Σ сопротивлениями катушки вводится понятие добротности

$$Q_L = \frac{\omega L_\Sigma}{R_\Sigma}.$$

Согласно определению Q_L — безразмерная величина, которая зависит от частоты. Для применяемых в инженерной практике высокодобротных катушек на частотах порядка $10 \cdot 10^6$ Гц (десятки мегагерц) добротность достигает нескольких сотен.

1.2.3. Емкость как элемент электрической цепи. Основные соотношения. Особенности стационарного и установившегося синусоидального режимов в емкости

Емкость (рис. 1.7) — элемент электрической цепи, запасаящий энергию в электрическом поле. Идеальная емкость только накапливает энергию и при определенных условиях может вернуть ее полностью.

При положительных направлениях, заданных на рис. 1.7, напряжение и ток в емкости связаны соотношением

$$u_c(t) = \frac{1}{C} \int i_c(t) dt,$$

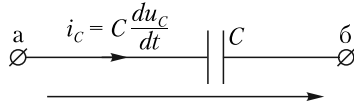


Рис. 1.7. Емкость — элемент, запасающий энергию в электрическом поле.
Ток в емкости протекает только при изменяющемся напряжении
(когда $du_c/dt \neq 0$)

где C — величина емкости (для линейного элемента $C = \text{const}$). Продифференцировав обе части последнего уравнения

$$\frac{du_c}{dt} = \frac{1}{C} i_c(t),$$

получим выражение для тока в емкости через напряжение

$$i_c(t) = C \frac{du_c}{dt}.$$

Согласно последнему уравнению ток через конденсатор протекает только в случае переменного напряжения на конденсаторе, когда $du_c/dt \neq 0$.

Под действием постоянных источников устанавливается стационарный режим, когда токи в ветвях и напряжения на участках во времени неизменны. В этих условиях токи через конденсаторы не протекают, т.е.

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = 0,$$

что равносильно обрыву соответствующей ветви (рис. 1.8).

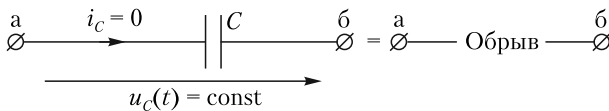


Рис. 1.8. В стационарном режиме ($u_c = \text{const}$) идеальная емкость проявляет себя как обрыв ветви

Если к обкладкам конденсатора емкостью C приложено переменное напряжение

$$u_c(t) = U_{mC} \sin \omega t,$$

в его цепи протекает ток

$$i_c = C \frac{du_c}{dt} = \omega C U_{mC} \cos \omega t = I_m \sin(\omega t + 90^\circ),$$

где $I_m = \omega C U_{mC}$.

Вывод. Таким образом, в синусоидальном режиме напряжение и ток в емкости — гармоники одной частоты, отличающиеся по фазе. Фаза тока в емкости превышает фазу напряжения на 90° . Это соотношение отражено на рис. 1.9, а.

Амплитуды напряжения и тока в емкости связаны соотношением

$$U_{mC} = I_m / (\omega C),$$

которое также можно трактовать как закон Ома, роль сопротивления выполняет величина $X_C = 1/(\omega C)$, называемая емкостным сопротивлением. Зависимость емкостного сопротивления от частоты представлена на рис. 1.9, б, согласно которому при $\omega \rightarrow 0$ $X_C \rightarrow \infty$, при $\omega \rightarrow \infty$ $X_C \rightarrow 0$.

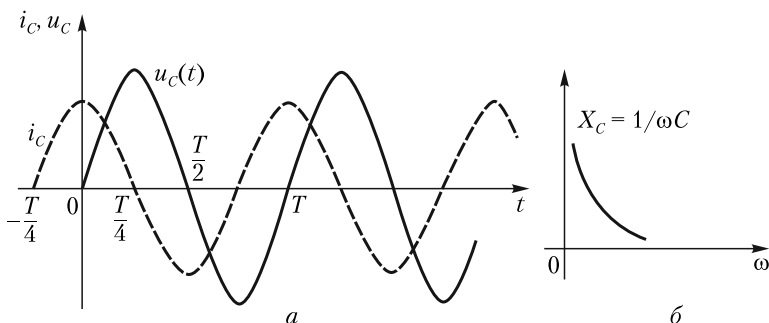


Рис. 1.9. Синусоидальный режим в емкости:

a — в синусоидальном режиме напряжение на емкости отстает по фазе от тока на 90° ; *б* — емкостное сопротивление $X_C = 1/(\omega C)$ обратно пропорционально частоте

Следовательно, при качественном анализе схем на низких частотах конденсаторы обрывают, а на высоких частотах — их закорачивают. Реальный конденсатор проявляет не только емкостные свойства, но и резистивные (главным образом по причине несовершенства изоляции между обкладками).

На рис. 1.10 представлена простейшая параллельная схема замещения конденсатора. Она содержит емкость C_ε и резистор R_ε .

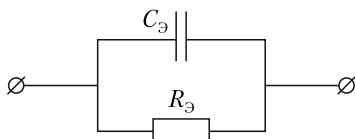


Рис. 1.10. Простейшая схема замещения конденсатора

В синусоидальном режиме соотношение между проводимостями эквивалентной емкости ωC_ε и резистивного элемента $g_\varepsilon = 1/R_\varepsilon$ характеризуется добротностью конденсатора

$$Q_C = \frac{\omega C_\varepsilon}{1/R_\varepsilon} = \omega C_\varepsilon R_\varepsilon.$$

Добротность реальных конденсаторов по определению является величиной безразмерной и на высоких частотах может достигать нескольких тысяч.

1.3. Активные элементы электрической цепи

В теории цепей вводится понятие двух видов активных элементов, наделенных идеальными свойствами. Это источники ЭДС и источники тока (на рис. 1.11, *a*, *б* они изображены в совокупности с внешней цепью).

1.3.1. Источник электродвижущей силы

Источник ЭДС (рис. 1.11, *a*) обеспечивает на своих зажимах напряжение (разность потенциалов), не зависящее от величины и направления протекающего через него тока. Для рис. 1.11, *a*

$$u_{a6} = \varphi_a - \varphi_6 = E.$$

Эту величину будем называть интенсивностью источника ЭДС. Будучи подключенным к внешней цепи, идеальный источник ЭДС «навязывает»

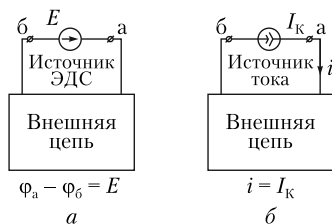


Рис. 1.11. Активные элементы электрической цепи:

a — источник ЭДС; обеспечивает на своих зажимах заданную разность потенциалов; $б$ — источник тока; подает во внешнюю цепь ток заданной величины и направления

ей свои условия. Поэтому для внешней цепи (см. рис. 1.11, a) должны принять $\varphi_a - \varphi_б = E$.

Случай $E \rightarrow 0$: если интенсивность источника ЭДС падает до нуля, то для его внешней цепи это равносильно равенству потенциалов зажимов « a » и « $б$ » ($\varphi_a = \varphi_б$), что соответствует режиму короткого замыкания — к.з. (рис. 1.12).

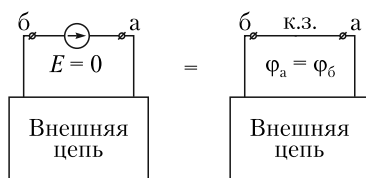


Рис. 1.12. Если интенсивность идеального источника ЭДС падает до нуля, он проявляет себя как короткозамкнутая перемычка

1.3.2. Источник тока

Источник тока (см. рис. 1.11, $б$) подает во внешнюю цепь ток $i = I_K$ в направлении, указанном стрелками, не зависящий от разности потенциалов на его зажимах. Величину I_K будем называть **интенсивностью источника тока**.

Таким образом, идеальный источник тока задает ток через все элементы, включенные с ним последовательно.

Случай $I_K \rightarrow 0$: если интенсивность источника тока падает до нуля, для внешней цепи это равносильно обрыву соответствующей ветви, так как $i = I_K = 0$ (рис. 1.13).

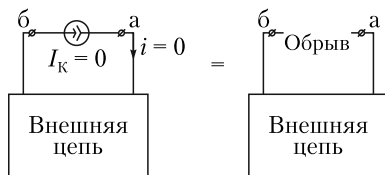


Рис. 1.13. Если интенсивность идеального источника тока падает до нуля, это равносильно обрыву его ветви

1.4. Реальный источник и его внешняя характеристика

На рис. 1.14 изображен реальный источник, нагруженный на переменное сопротивление R_n (сопротивление нагрузки).

Зависимость тока, отдаваемого источником во внешнюю цепь, от напряжения на его зажимах называется **внешней характеристикой источника**.

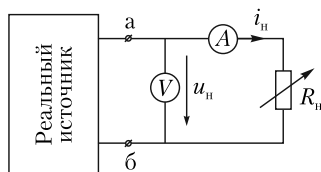


Рис. 1.14. Схема опытного определения внешней характеристики реального источника электрической энергии

Она может быть получена экспериментально по показаниям приборов амперметра и вольтметра при изменении сопротивления R_n (см. рис. 1.14).

Наиболее типичный вид внешней характеристики реального источника представлен на рис. 1.15 в двух вариантах: нелинейный (кривая 1) и линейный (прямая 2). Точки A и B пересечения внешней характеристики с осями координат соответствуют двум предельным значениям сопротивления нагрузки.

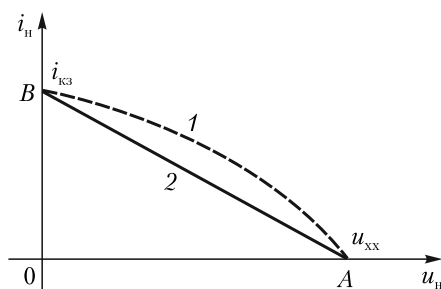


Рис. 1.15. Типичные виды внешней характеристики реального источника:
1 — нелинейная внешняя характеристика; 2 — линейная внешняя характеристика

Точка A ($i_n = 0$) получена при $R_n = \infty$, т.е. при разомкнутых зажимах «а», «б» (режим холостого хода источника). Отрезок OA определяет напряжение холостого хода u_{xx} — напряжение на разомкнутых зажимах источника.

Точка B ($u_n = 0$) получена при $R_n = 0$, т.е. в режиме короткого замыкания зажимов «а», «б». Ток, отдаваемый при этом источником, называется **ТОКОМ короткого замыкания**, обозначается $i_{кз}$ и на рис. 1.15 определяется отрезком OB .

Когда внешняя характеристика источника линейна (прямая 2 на рис. 1.15), она может быть получена по результатам двух опытов — холостого хода (рис. 1.16, а) и короткого замыкания (рис. 1.16, б). Вольтметр и амперметр на рис. 1.16 предполагаются идеальными.

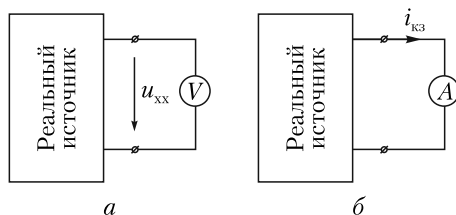


Рис. 1.16. Опыты холостого хода (а) и короткого замыкания (б) внешних зажимов реального источника

1.4.1. Простейшие схемы замещения реального источника

Вид внешней характеристики реального источника свидетельствует о том, что его свойства отличны от свойств идеальных источников ЭДС и тока. Реальный источник лишь при некоторых условиях может приближаться по своим свойствам к идеальному (либо источнику ЭДС, либо источнику тока).

В общем случае неидеальность реального источника учитывается при построении его расчетной модели (эквивалентной схемы замещения). Покажем, что активные двухполюсники, изображенные на рис. 1.17, *а*, *б*, обладают внешними характеристиками такого же вида, что и прямая 2 на рис. 1.15 (линейный случай).

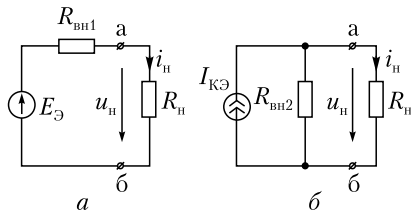


Рис. 1.17. Простейшие эквивалентные схемы реального источника:

а — последовательная; *б* — параллельная

Действительно, аналитические выражения внешних характеристик $i_н$ ($u_н$) для схем на рис. 1.17 определяются уравнениями:

- $u_н = E_Э - i_н R_{вн1}$ (схема на рис. 1.17, *а*);
- $i_н = I_{КЭ} - u_н / R_{вн2}$ (схема на рис. 1.17, *б*).

Соответствующие графики совпадают с прямой 2 на рис. 1.15 при условии выполнения следующих равенств:

$$E_Э = u_{xx}; \quad I_{КЭ} = i_{кз}; \quad R_{вн1} = R_{вн2} = u_{xx} / i_{кз}.$$

Поэтому схемы, изображенные на рис. 1.17, *а*, *б*, используют как простейшие расчетные модели (схемы замещения) реального источника. Напомним, что величины u_{xx} и $i_{кз}$ — физические характеристики реального источника: напряжение на разомкнутых внешних зажимах источника и ток через перемычку, замыкающую накоротко внешние зажимы (см. рис. 1.15).

Приведенная выше система трех равенств позволяет (при необходимости) проводить переход от последовательной схемы замещения (см. рис. 1.17, *а*) к параллельной (см. рис. 1.17, *б*) и наоборот.

1.4.2. Понятие внутреннего сопротивления реального источника.

Внутренние сопротивления идеальных источников ЭДС и тока

Если интенсивность активного элемента в схеме замещения реального источника (см. рис. 1.17, *а*, *б*) падает до нуля, двухполюсник начинает проявлять себя как пассивный элемент — резистор ($R_{вн1}$ либо $R_{вн2}$). Сопротивление этого резистора принято называть *внутренним сопротивлением источника*.

Очевидно, для источника с линейной внешней характеристикой (прямая 2 на рис. 1.15)

$$R_{вн} = u_{xx} / i_{кз} = R_{вн1} = R_{вн2}.$$

Таким образом, понятие внутреннего сопротивления источника полностью вытекает из правомерности одного из вариантов схемы замещения реального источника (последовательного или параллельного). Поэтому по отношению к внешней характеристике источника оно является вторичным.

В схеме на рис. 1.17, *а* примем $R_{вн1} = 0$, приходим к идеальному источнику ЭДС. В схеме на рис. 1.17, *б* принимаем $R_{вн2} = \infty$, получаем идеальный источник тока. В изложенном смысле можно считать, что:

- $R_{внE} = 0$ — внутреннее сопротивление идеального источника ЭДС равно нулю (рис. 1.18, *а*);
- $R_{внI_k} = \infty$ — внутреннее сопротивление идеального источника тока равно бесконечности (рис. 1.18, *б*).

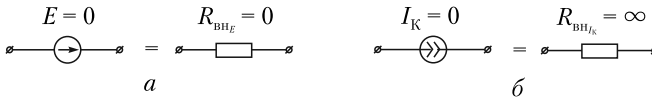


Рис. 1.18. Внутренние сопротивления идеальных источников ЭДС и тока:

$$a - R_{внE} = 0; \quad б - R_{внI_k} = \infty$$

1.5. Напряжение на участке цепи. Обобщенный закон Ома

На рис. 1.19 прямоугольником изображена произвольная цепь, включающая в себя пассивные и активные элементы. При помощи зажимов «а», «б» она может быть подключена к другой цепи с двумя зажимами.

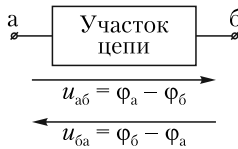


Рис. 1.19. Напряжение на участке цепи

Условимся разность потенциалов $u_{аб} = \varphi_a - \varphi_b$ на схеме обозначать стрелкой, направленной от точки «а» к точке «б» (рис. 1.20). Стрелке противоположного направления будет соответствовать разность потенциалов $\varphi_b - \varphi_a$, обозначаемая как $u_{ба}$. Таким образом, $u_{аб} = -u_{ба}$ (см. рис. 1.19).

На рис. 1.20 в цепи произвольной конфигурации выделена ветвь «аб», содержащая последовательно включенные резистор R и идеальный источник ЭДС E . Остальная часть схемы рассматривается как внешняя по отношению к ней цепь. Выразим ток ветви «аб» через напряжение $u_{аб} = \varphi_a - \varphi_b$, а также величины R и E .

Точка m разбивает ветвь «аб» (см. рис. 1.20) на два участка: «ам» — пассивный; «mb» — активный. Для пассивного участка «ам» по закону Ома

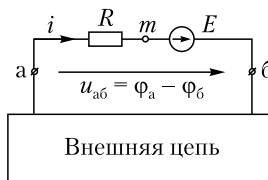


Рис. 1.20. Ток i в ветви с ЭДС и резистором R

$i = \frac{\varphi_a - \varphi_m}{R}$, для активного участка «тб» $E = \varphi_6 - \varphi_m$, или $\varphi_m = \varphi_6 - E$. С учетом последнего получаем

$$i = \frac{\varphi_a - \varphi_6 + E}{R} = \frac{u_{a6} + E}{R}. \quad (1.2)$$

Выражение (1.2) принято называть **обобщенным законом Ома**. В отличие от традиционного закона Ома числитель обобщенного закона Ома содержит в общем случае алгебраическую сумму напряжения на участке u_{a6} и ЭДС E . Причем эти слагаемые учитываются с положительными знаками, если их направления совпадают с положительным направлением тока i .

1.6. Топологические элементы электрической цепи

К топологическим элементам относятся ветви, узлы, контуры.

Ветвь — участок, содержащий один или несколько последовательно включенных элементов (через все элементы ветви течет один и тот же ток).

Узел — место соединения трех и большего числа ветвей.

Контур — замкнутый путь, проходящий по одной или нескольким ветвям. Ни один элемент при обходе контура не должен встречаться дважды.

Независимые контуры — это понятие относится к совокупности контуров. Каждый следующий контур независим по отношению к ранее выбранному, если в него входит хотя бы одна новая ветвь. Так, в цепи, показанной на рис. 1.21, шесть ветвей, четыре узла и три независимых контура.

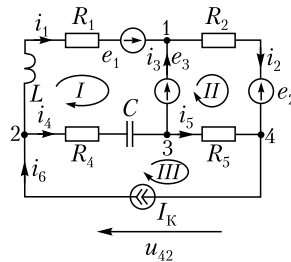


Рис. 1.21. Электрическая цепь с четырьмя узлами ($У = 4$), шестью ветвями ($В = 6$) и тремя независимыми контурами

Пусть $В$ — число ветвей схемы, $У$ — число узлов. Можно показать [4, 5], что число независимых контуров $n = В - (У - 1)$.

1.7. Законы Кирхгофа

Главные законы теории электрических цепей, законы Кирхгофа, можно получить как следствие уравнений Максвелла.

Цепная расчетная модель реального электротехнического устройства имеет право на существование до тех пор, пока не нарушаются законы Кирхгофа. По этой причине недопустим к рассмотрению случай последовательного включения двух различных по интенсивности идеальных источников тока (нарушается первый закон Кирхгофа).

Аналогично мы не можем рассматривать два идеальных источника ЭДС различной интенсивности, включенных параллельно (нарушается второй закон Кирхгофа).

1.7.1. Первый закон Кирхгофа

Первый закон Кирхгофа формулируется следующим образом: *алгебраическая сумма токов в узле электрической цепи равна нулю.*

Подтекающие и оттекающие токи должны учитываться в алгебраической сумме с различными знаками. Число независимых уравнений по первому закону Кирхгофа на единицу меньше числа узлов. Например, для узлов 1, 2, 3 цепи, показанной на рис. 1.21, при указанных положительных направлениях токов уравнения имеют вид

$$i_1 + i_3 - i_2 = 0; \quad i_6 - i_1 - i_4 = 0; \quad i_4 - i_5 - i_3 = 0. \quad (1.3)$$

Уравнение для четвертого узла (см. рис. 1.21) представляет собой линейную комбинацию записанных трех уравнений и не является независимым.

Таким образом, для цепи, содержащей U узлов, можно записать $U - 1$ независимых уравнений по первому закону Кирхгофа.

1.7.2. Второй закон Кирхгофа

Второй закон Кирхгофа относится к замкнутым контурам и представляет собой баланс между напряжениями, создаваемыми идеальными источниками ЭДС, действующими в контуре, и разностями потенциалов на остальных элементах контура.

Второй закон Кирхгофа формулируется следующим образом: *алгебраическая сумма ЭДС, действующих в замкнутом контуре электрической цепи, равна алгебраической сумме напряжений на всех остальных элементах контура.*

Правило знаков: с положительными знаками учитывают те ЭДС и те напряжения, которые направлены согласно с произвольно выбранным положительным направлением обхода контура. Напряжения на пассивных элементах R, L, C в общем случае равны

$$u_R = \pm R \cdot i; \quad u_L = \pm L \frac{di}{dt}; \quad u_C = \pm \frac{1}{C} \int i dt.$$

Они записываются с положительным знаком, если ток в элементе направлен согласно с обходом контура. Знак напряжения на источнике тока определяется после выбора положительного направления для этого напряжения. Так, для рис. 1.21 стрелка напряжения $u_{42} = \varphi_4 - \varphi_2$ направлена от узла «4» к узлу «2». Это направление согласно с обходом контура III, поэтому u_{42} учитывается со знаком «+».

Число независимых уравнений по второму закону Кирхгофа равно числу независимых контуров. Для контуров I, II, III (см. рис. 1.21) при показанном направлении их обхода уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} \text{I)} \quad e_1 - e_3 &= L \frac{di_1}{dt} + i_1 R_1 - \frac{1}{C} \int i_4 dt - i_4 R_4; \\ \text{II)} \quad e_3 - e_2 &= i_2 R_2 - i_5 R_5; \\ \text{III)} \quad 0 &= i_4 R_4 + \frac{1}{C} \int i_4 dt + i_5 R_5 + u_{42}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Уравнения (1.4) в совокупности с уравнениями (1.3) представляют собой полную систему независимых уравнений по первому и второму законам Кирхгофа. Она содержит шесть уравнений. Если заданы интенсивности источников и величины R, L, C , то в уравнения (1.3), (1.4) в качестве неизвестных входят пять неизвестных токов (ток $i_6 = i_k$) и напряжение на источнике тока u_{42} . Так как число уравнений равно числу неизвестных, то система (1.3), (1.4) разрешима однозначно.

Этот вывод распространяется на все задачи анализа электрических цепей. Действительно, для схемы, содержащей B ветвей и Y узлов, число независимых контуров равно $n = B - (Y - 1)$. Тогда число независимых уравнений в полной системе по первому и второму законам Кирхгофа равно $(Y - 1) + B - (Y - 1) = B$, т.е. числу ветвей.

В типичных задачах анализа, когда заданы параметры всех пассивных элементов (R, L, C) и интенсивности источников ЭДС и тока, в качестве неизвестных в системе уравнений Кирхгофа фигурируют токи в ветвях, не содержащих источники тока, и напряжения на источниках тока. В сумме количество названных неизвестных равно числу ветвей схемы. Следовательно, любая задача по анализу электрической цепи разрешима однозначно.

1.7.3. Общий вид системы уравнений Кирхгофа. Классификация задач анализа электрических цепей

Для линейной цепи ($R = \text{const}, L = \text{const}, C = \text{const}$) в общем случае система уравнений Кирхгофа — система линейных интегро-дифференциальных уравнений (см. систему (1.3), (1.4)). Ее структура (число уравнений, количество слагаемых в каждом уравнении, их вид) определяется структурой цепи, а также характером и видом ее пассивных и активных элементов. Методика же решения полученной системы уравнений Кирхгофа почти полностью зависит от вида действующих в цепи источников ЭДС $e(t)$ и тока $i_k(t)$.

Во всем многообразии задач, решаемых методами теории цепей, четко выделяются четыре класса:

1) расчет установившегося режима под действием постоянных источников $e(t) = \text{const}$ и $i_k(t) = \text{const}$. Искомые токи и напряжения в этом случае также неизменны во времени. Такой режим называется стационарным;

2) расчет установившегося режима под действием синусоидальных источников одной частоты. Искомые токи и напряжения при этом являются синусоидальными функциями времени с частотой, заданной источниками;

3) расчет установившихся режимов под действием периодических несинусоидальных источников. Искомые токи и напряжения также представляют собой периодические функции времени;

4) расчет переходных процессов, при которых токи и напряжения являются непериодическими функциями времени. Переходный режим предшествует любому установившемуся режиму, а также возникает при любых непериодических (например, импульсных) воздействиях.

Приведенная классификация положена в основу построения электро-технической части данного учебника.

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте определение электрической цепи и ее элементу. По какому признаку элементы электрической цепи делятся на пассивные и активные?

2. Назовите основные свойства идеальных элементов: а) резистора; б) индуктивности; в) емкости. Какими резистивными сопротивлениями должны обладать идеальные амперметр и вольтметр, чтобы их подключение не приводило к искажению исследуемого режима?

3. Запишите основные соотношения, связывающие мгновенные значения напряжения $u(t)$ и тока $i(t)$ в элементах R, L, C .

4. Определите функцию напряжения на резисторе $R = 10$ Ом, если его ток имеет форму импульса, показанного на рис. 1.22.

5. В индуктивности $L = 0,01$ Гн протекает ток $i(t)$, заданный на графике рис. 1.22. Найдите функцию $u_L(t)$ и постройте ее график.

6. Определите, до какого напряжения зарядится конденсатор $C = 0,2$ мкФ прямоугольным импульсом тока величиной $I = 1$ А длительностью $t_u = 1$ мс.

7. Найдите ток $i(t)$ в конденсаторе $C = 0,1$ мкФ по известному напряжению $u(t)$, заданному на графике рис. 1.23.

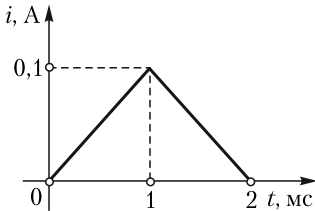


Рис. 1.22. К заданиям 4 и 5

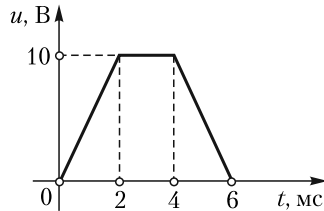


Рис. 1.23. К заданию 7

8. Дайте определение идеальным источникам ЭДС и тока. Каково их условное изображение (графическое обозначение)? Определите показания идеальных приборов в цепи, показанной на рис. 1.24.

9. Пользуясь свойством идеального источника ЭДС и законом Ома, определите токи i_2 и i_3 цепи, показанной на рис. 1.25, не находя остальных токов.

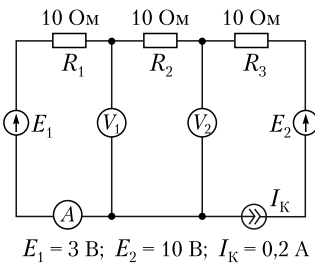


Рис. 1.24. К заданию 8

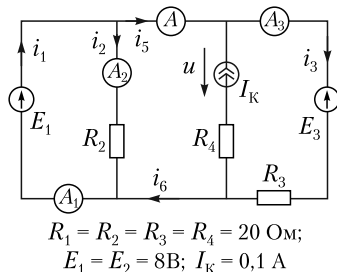


Рис. 1.25. К заданиям 9, 14, 16, 19–21

10. Что понимается под внешней характеристикой реального источника, а также под его режимами холостого хода и короткого замыкания?

11. Нарисуйте простейшие схемы замещения реального источника (линейного).

12. Определите параметры последовательной и параллельной схем замещения источника с линейной характеристикой, определяемой величинами $u_{xx} = 20$ В, $i_{кз} = 0,5$ А.

13. Дайте определение топологическим элементам цепи — ветви, узлу, контуру. Что понимается под совокупностью независимых контуров?

14. Сформулируйте первый и второй законы Кирхгофа. Пользуясь только первым законом Кирхгофа, покажите, что в цепи, показанной на рис. 1.25, $i_6 = i_5$.

15. Сколько независимых уравнений по первому и второму законам Кирхгофа можно составить для схемы с U узлами и V ветвями?

16. Запишите уравнение по второму закону Кирхгофа для контура (E_1, I_K, R_4) цепи, показанной на рис. 1.25.

17. Чем объясняется интегро-дифференциальный общий вид полной системы уравнений Кирхгофа?

18. Как изменится система уравнений Кирхгофа (1.3) и (1.4) для цепи, показанной на рис. 1.21, если: а) оборвать первую ветвь (между узлами «1» и «2»); б) замкнуть ее?

19. Найдите показания идеальных приборов в цепи, показанной на рис. 1.25.

20. В цепи, показанной на рис. 1.25, идеальный амперметр «А» (в пятой ветви) заменили на идеальный вольтметр. Что он покажет?

21. Определите напряжение u на источнике тока I_K цепи, показанной на рис. 1.25, при обрыве второй ветви (R_2).

22. Реальный источник, заданный параметрами элементов последовательной схемы замещения ($E = 100$ В, $R_{вн} = 1$ кОм), питает переменную резистивную нагрузку R_n (рис. 1.26). Определите минимальное и максимальное значения тока ($i_{n\min}$, $i_{n\max}$) и напряжения ($u_{n\min}$, $u_{n\max}$) на нагрузке R_n для двух случаев диапазона ее изменения: а) $R_n = 10 \div 100$ Ом; б) $R_n = 10 \div 100$ кОм.

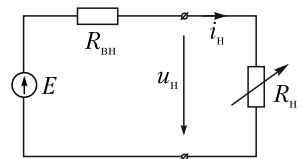


Рис. 1.26. К заданию 22

В котором из них реальный источник приближается по своим свойствам к идеальному источнику ЭДС, а в котором — к идеальному источнику тока?

Глава 2

МЕТОДЫ РАСЧЕТА СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

В результате изучения данной главы студент должен:

знать

- условия существования стационарного режима, особенности пассивных элементов и вид полной системы уравнений цепи в этом режиме;

уметь

- записывать алгебраическую систему уравнений Кирхгофа для заданной электрической цепи;

владеть

- расчетными методами (контурных токов, узловых потенциалов, эквивалентного генератора) и выбирать наиболее рациональный для конкретной задачи.

2.1. Особенности уравнений Кирхгофа для стационарного режима

Рассмотрим важный для практики случай, когда в цепи действуют источники, интенсивности которых во времени неизменны, т.е.

$$e(t) = E = \text{const}; \quad i_{\text{к}}(t) = I_{\text{к}} = \text{const}.$$

По окончании переходного процесса под действием таких источников токи в ветвях и напряжения на элементах постоянны во времени. Такой режим будем называть **стационарным**. При этом индуктивности проявляют себя как короткое замыкание, емкости — как обрыв ($u_L = 0, i_C = 0$). Цепь превращается в чисто резистивную, и ей будут соответствовать алгебраические уравнения Кирхгофа.

Вывод: для стационарного режима система уравнений Кирхгофа — система алгебраических уравнений.

Примечание. Для обозначения токов в ветвях и напряжений на участках цепи, находящейся *заведомо* в стационарном режиме, обычно пользуются заглавными буквами I и U . Однако применение строчных символов i и u в этом случае возможно и ошибкой не является.

В качестве примера запишем полную систему уравнений Кирхгофа для цепи, показанной на рис. 1.21, в стационарном режиме, приняв

$$e_1(t) = E_1 = \text{const}; \quad e_2(t) = E_2 = \text{const}; \quad e_3(t) = E_3 = \text{const}; \quad i_{\text{к}}(t) = I_{\text{к}} = \text{const}$$

и обозначив $i_1 = I_1, i_2 = I_2$ и т.д.

Наличие конденсатора в четвертой ветви равносильно ее обрыву, поэтому $I_4 = 0; I_1 = I_6 = I_{\text{к}}; I_3 = -I_5$. Тогда схема на рис. 1.21 может рассматривать-