А. И. Инкин, А. И. Алиферов, А. В. Бланк

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА: ЭЛЕКТРОТЕПЛОВЫЕ ПОЛЯ И КАСКАДНЫЕ СХЕМЫ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ ВУЗОВ

Книга доступна в электронной библиотечной системе
biblio-online.ru

Москва ▪ Юрайт ▪ 2019

УДК 621.36(075.8)
ББК 31.31я73
И65

***Авторы*:**

Инкин Алексей Иванович (1938—2016) — доктор технических наук, профессор, до 2016 г. — профессор кафедры теоретических основ электротехники Новосибирского государственного технического университета;

Алиферов Александр Иванович — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой автоматизированных электротехнологических установок факультета мехатроники и автоматизации Новосибирского государственного технического университета;

Бланк Алексей Валерьевич — кандидат технических наук, доцент кафедры теоретических основ электротехники факультета мехатроники и автоматизации Новосибирского государственного технического университета.

Инкин, А. И.

И65 Электротехника: электротепловые поля и каскадные схемы : учеб. пособие для вузов / А. И. Инкин, А. И. Алиферов, А. В. Бланк. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 171 с. — (Серия : Университеты России).

ISBN 978-5-534-05384-5

Описаны основные законы классической электродинамики в виде уравнений Максвелла в дифференциальной и интегральной формах записи, а также вытекающие из них частные системы уравнений для стационарных электрических и магнитных полей. Приведен анализ электромагнитных полей в объемах проводников с линейными и нелинейными магнитными свойствами на базе каскадных E-H-схем замещения. Приведен анализ температурных полей на базе каскадных *T-Q*-схем замещения. Даны расчеты параметров проводников, а также нестационарного температурного поля.

Содержание учебного пособия соответствует последним требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по инженерно-техническим направлениям.

УДК 621.36(075.8)
ББК 31.31я73

ISBN 978-5-534-05384-5

Оглавление

Предисловие

Настоящее учебное пособие преследует цель развить у молодых специалистов навыки и умения в использовании фундаментальных законов электричества и магнетизма, а также методов теории поля и теории цепей в научных исследованиях прикладного характера применительно к конкретным электротехническим устройствам.

Пособие состоит из двух частей и восьми глав. Первая часть (главы 1—5) посвящена электромагнитным расчетам проводников в установках электронагрева. Во второй части (главы 6–8) описываются расчеты стационарных и нестационарных температурных полей проводников с учетом нелинейной зависимости их свойств от температуры.

В первой, базовой, главе описываются основные законы классической электродинамики в виде уравнений Максвелла в дифференциальной и интегральной формах записи, а также вытекающие из них частные системы уравнений для стационарных электрических и магнитных полей. Особое внимание в этой главе уделено физической сущности поверхностных эффектов, а также теореме и вектору Пойнтинга как базовым физико-математическим понятиям, лежащим в основе расчетов энергетических характеристик и различных параметров электроустановок.

Вторая, третья и четвертая главы посвящены анализу электромагнитных полей в объемах проводников с линейными и нелинейными магнитными свойствами на базе каскадных *E-H*-схем замещения и расчетам их комплексных сопротивлений с многочисленными вариациями исходных данных.

В пятой главе приводится пример расчета параметров проводника при электрическом поверхностном эффекте. Расчет выполнен по каскадной *E-H*-схеме замещения с использованием известного пакета компьютерной математики *Mathcad*.

В шестой и седьмой главах описываются каскадные *T-Q*-схемы замещения для расчета температурных полей в декартовой и цилиндрической системе координат. Восьмая глава — пример расчета нестационарного температурного поля.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать

- основные законы классической электродинамики;
- принципы синтеза универсальных каскадных схем замещения электромагнитных и температурных полей;

уметь

- проводить расчет параметров проводника при электрическом поверхностном эффекте;
- рассчитывать нестационарное температурное поле;

владеть

- навыками использования фундаментальных законов электричества и магнетизма;
- методами теории поля и теории цепей.

Часть I
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И КАСКАДНЫЕ *E-H*–СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ В УСТАНОВКАХ ЭЛЕКТРОНАГРЕВА

Глава 1
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ (ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ЗАКОНЫ, УРАВНЕНИЯ, ТЕОРЕМЫ)

1.1. Уравнения классической электродинамики (уравнения Максвелла, Гельмгольца)

В основе теории и методов расчета электромагнитного поля лежат фундаментальные уравнения, сформулированные Дж. Максвеллом в 1873 г.[1] Эти уравнения являются универсальными и всеобъемлющими, так как в них обобщены и математически строго описаны все известные к настоящему времени физические проявления электричества и магнетизма, а также взаимно обуславливающие друг друга электромагнитные процессы и волны, включая свет.

В системе уравнений классической электродинамики базовыми являются два уравнения Максвелла.

Первое уравнение Максвелла фактически обобщает закон полного тока, который в современном представлении в дифференциальной и интегральной формах записи имеет вид

$$\operatorname{rot}\bar{H} = \bar{\delta} = \bar{\delta}_{\text{пр}} + \bar{\delta}_{\text{пер}} + \bar{\delta}_{\text{ст}} + \bar{\delta}_{\text{см}}; \tag{1.1}$$

$$\oint \overline{H}\overline{dl} = i = i_{\text{пр}} + i_{\text{пер}} + i_{\text{ст}} + i_{\text{см}}, \tag{1.2}$$

где $\bar{H}$ — вектор магнитной напряженности; $i_{\text{пр}}, \bar{\delta}_{\text{пр}}$ — ток и вектор плотности тока проводимости; $i_{\text{пер}}, \bar{\delta}_{\text{пер}}$ — ток и век-

[1] Теоретические основы электротехники. В 3 т. : учеб. пособие для вузов / Л. Р. Нейман [и др.]. 4-е изд. СПб. : Питер, 2003.

тор плотности тока переноса; $i_{ст}, \bar{\delta}_{ст}$ — сторонние ток и вектор плотности тока; $i_{см}, \bar{\delta}_{см}$ — ток и вектор плотности тока смещения.

Из этого уравнения следует, что источниками магнитных полей $\bar{H}$ являются электрические токи, которые могут иметь различную физическую природу.

Из первого уравнения Максвелла вытекает следствие, которое носит название принципа непрерывности электрического тока. По правилам векторной алгебры дивергенция от ротора любой векторной величины дает тождественный нуль. Поэтому из уравнения (1.1) имеем:

$$\operatorname{div}\operatorname{rot}\bar{H} = \operatorname{div}\bar{\delta} = 0, \tag{1.3}$$

или в интегральной форме:

$$\oint_S \bar{\delta}\,\overline{dS} = 0, \tag{1.4}$$

т.е. поток вектора плотности тока через любую замкнутую поверхность тождественно равен нулю.

Поскольку поток вектора плотности тока через замкнутую поверхность есть алгебраическая сумма токов, пронизывающих эту поверхность, выражение (1.4) представляет собой известный из теории цепей первый закон Кирхгофа. Этот закон утверждает, что алгебраическая сумма токов через любую замкнутую поверхность равна нулю:

$$\sum I = 0. \tag{1.5}$$

Сторонние токи в уравнении (1.1) обусловлены электродвижущими силами (ЭДС) и напряженностями $\bar{E}_{ст}$ неэлектрического происхождения.

$$\bar{\delta}_{ст} = \gamma \bar{E}_{ст}, \tag{1.6}$$

где γ — удельная электрическая проводимость среды.

При этом $\oint \bar{E}_{ст}\overline{dl}$ есть ЭДС замкнутого контура.

При решении задач теории поля сторонние напряженности и плотности тока являются источниками поля и представляются в виде известных математических функций координат и времени.

Понятие о токах смещения в диэлектриках и других непроводящих средах, включая вакуум, было введено Максвеллом в виде

$$\overline{\delta}_{см} = \varepsilon \frac{\partial \overline{E}}{\partial t} = \frac{\partial \overline{D}}{\partial t}, \tag{1.7}$$

где $\overline{E}$ — вектор электрической напряженности; $\overline{D}$ — вектор электрического смещения; ε — абсолютная диэлектрическая проницаемость среды; t — время.

Отметим, что в электрических цепях токи в ветвях с конденсаторами своим существованием обязаны именно максвелловским токам смещения. Рассмотрим ветвь, содержащую конденсатор, и для обозначенной на рис. 1.1 замкнутой поверхности, рассекающей проводник ($S_{пр}$) и диэлектрик между обкладками конденсатора ($S_{диэл}$), составим уравнение (1.4) или (1.5):

$$i = i_{пр} = i_{см} = \frac{\partial Q}{\partial t} = C\frac{\partial u_C}{\partial t}. \tag{1.8}$$

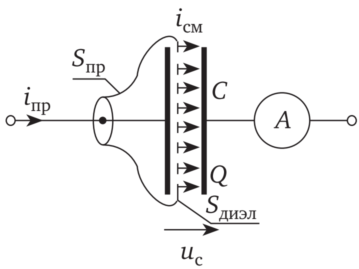

Рис. 1.1

Емкость плоского конденсатора равна:

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}, \tag{1.9}$$

где S — площадь обкладки; d — расстояние между обкладками.

Напряжение на обкладках:

$$u_C = Ed, \tag{1.10}$$

поэтому (1.8) принимает следующий вид:

$$i = i_{\text{пр}} = i_{\text{см}} = S\varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} = S\delta_{\text{см}}. \quad (1.11)$$

Следовательно, токи проводимости и смещения, имея различную физическую природу, оказываются равными по величине, и если $\frac{\partial E}{\partial t} = 0$, то $i_{\text{см}} = i_{\text{пр}} = 0$, т.е. постоянный ток в ветви с конденсатором существовать не может.

Второе уравнение Максвелла обобщает закон электромагнитной индукции, открытый М. Фарадеем в 1831 г. Этот закон утверждает, что при всяком изменении магнитного потока, сцепленного с замкнутым контуром, в контуре наводится ЭДС, равная скорости изменения магнитного потока и направленная так, чтобы воспрепятствовать этому изменению:

$$e = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (1.12)$$

Здесь условно положительные направления ЭДС и магнитного потока образуют правоходовую систему.

Фарадей проводил опыты с реальными контурами, выполненными, в частности, в виде катушек из изолированного провода. Катушки располагались в средах с различными физическими свойствами, и эти свойства проводников и сред никак не проявлялись в конечных результатах эксперимента, определяющих сущность самого закона.

При выводе второго уравнения Максвелл абстрагировал понятие «замкнутый контур», допустив, что для любого обобщенного замкнутого контура, расположенного целиком, либо отдельными частями, в средах с различными физическими свойствами, циркуляция вектора электрической напряженности по этому контуру равна скорости изменения магнитного потока, сцепленного с этим контуром:

$$e = \oint \overline{E}\overline{dl} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}. \quad (1.13)$$

Если далее учесть, что $\Phi = \int_S \overline{B}\overline{dS}$, и в соответствии с теоремой Стокса

$$\oint_l \overline{E}\overline{dl} = \int_S \operatorname{rot} \overline{E}\overline{dS}, \quad (1.14)$$

где S — поверхность, опирающаяся на замкнутый контур l, то при независимости пространственных координат и времени, получим

$$\operatorname{rot}\overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t}. \tag{1.15}$$

Выражение (1.15) представляет собой второе уравнение Максвелла. Из этого уравнения, в частности, следует, что при изменении во времени магнитного поля $\overline{B}$ неизбежно возникает электрическое поле $\overline{E}$.

Следствием второго уравнения Максвелла является принцип непрерывности магнитного потока:

$$\operatorname{div}\overline{B} = 0, \tag{1.16}$$

или в интегральной форме

$$\oint_S \overline{B}\overline{dS} = 0. \tag{1.17}$$

В теории цепей этот принцип известен как первый закон Кирхгофа для магнитных цепей. Этот закон утверждает, что алгебраическая сумма магнитных потоков через любую замкнутую поверхность равна нулю:

$$\sum \Phi = 0. \tag{1.18}$$

Таким образом, можно констатировать, что электрические токи и магнитные потоки обладают свойством непрерывности. Это фактически означает, что линии вектора плотности тока (линии тока) и линии вектора магнитной индукции (силовые линии) и, следовательно, трубки равного магнитного потока, не имеют ни начал, ни концов и всегда замкнуты сами на себя.

Уравнения Максвелла в случае линейных однородных и изотропных сред и при отсутствии сторонних источников имеют вид

$$\operatorname{rot}\overline{H} = \gamma\overline{E} + \varepsilon\frac{\partial \overline{E}}{\partial t}; \tag{1.19}$$

$$\operatorname{rot}\overline{E} = -\mu\frac{\partial \overline{H}}{\partial t}, \tag{1.20}$$

и их совместное решение приводит к волновым уравнениям, аналогичным для векторов магнитной ($\overline{H}$) и электрической ($\overline{E}$) напряженности:

$$\nabla^2 \overline{H} = \gamma \mu \frac{\partial \overline{H}}{\partial t} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \overline{H}}{\partial t^2}; \tag{1.21}$$

$$\nabla^2 \overline{E} = \mu \gamma \frac{\partial \overline{E}}{\partial t} + \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \overline{E}}{\partial t^2}. \tag{1.22}$$

Если переменное электромагнитное поле синусоидально и круговая частота постоянна и равна ω, уравнения (1.21) и (1.22) можно представить в комплексной форме:

$$\operatorname{rot} \dot{\overline{H}} = \gamma \dot{\overline{E}} + j\omega\varepsilon \dot{\overline{E}}; \tag{1.23}$$

$$\operatorname{rot} \dot{\overline{E}} = -j\omega\mu \dot{\overline{H}}. \tag{1.24}$$

При этом волновые уравнения (1.21) и (1.22) обращаются в ***уравнения Гельмгольца***:

$$\nabla^2 \dot{\overline{H}} = (j\omega\mu\gamma - \omega^2\varepsilon\mu)\dot{\overline{H}} = p^2 \dot{\overline{H}}; \tag{1.25}$$

$$\nabla^2 \dot{\overline{E}} = (j\omega\mu\gamma - \omega^2\varepsilon\mu)\dot{\overline{E}} = p^2 \dot{\overline{E}}. \tag{1.26}$$

Коэффициент

$$p = \sqrt{j\omega\mu\gamma - \omega^2\varepsilon\mu} = \beta + j\alpha \tag{1.27}$$

в уравнениях (1.25) и (1.26) носит называние коэффициент распространения электромагнитной волны; β — коэффициент затухания; α — коэффициент фазы.

Частными решениями этих уравнений являются ***плоские электромагнитные волны***.

Рассмотрим простейший случай, когда вектор электрической напряженности $\dot{\overline{E}}$ имеет лишь x-составляющую $\dot{E}_x$, будем также считать, что эта составляющая $\dot{E}_x$ является функцией одной переменной z: $\dot{E}_x = f(z)$.

Раскроем второе уравнение Максвелла (1.20):

$$\dot{H}_y = -\frac{1}{j\omega\mu}\frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z}. \tag{1.28}$$

Из (1.28) следует, что вектор магнитной напряженности имеет лишь одну y-составляющую $\dot{H}_y$, которая также является функцией одной переменной z, а уравнение Гельмгольца (1.26) при принятых допущениях имеет вид

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_x}{\partial z^2} = p^2 \dot{E}_x. \tag{1.29}$$

Решением этого однородного дифференциального уравнения второго порядка является линейная комбинация двух экспоненциальных функций:

$$\dot{E}_x = C_1 e^{pz} + C_2 e^{-pz}. \tag{1.30}$$

Пусть комплексному числу $C_2 e^{-pz}$ соответствует функция $E_2(\omega t, z)$. Если $C_2 = E_{2m} e^{j\Psi}$, а $p = \beta + j\alpha$, то

$$E_2(\omega t, z) = E_{2m} e^{-\beta z} \sin(\omega t - \alpha z + \Psi). \tag{1.31}$$

Выражение (1.31) описывает бегущую затухающую синусоидальную волну электрической напряженности.

Бегущая волна характеризуется двумя параметрами: фазовой скоростью и длиной волны. Фазовая скорость $V_ф$ — это скорость, двигаясь с которой, наблюдатель фиксирует постоянство фазы колебания. Фаза колебания — это аргумент синусоидальной функции в (1.31). Это значит, что для определения фазовой скорости можно воспользоваться уравнением

$$\frac{\partial}{\partial t}(\omega t - \alpha z + \Psi) = 0, \tag{1.32}$$

из которого следует:

$$V_ф = \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\omega}{\alpha}. \tag{1.33}$$

Поскольку длина волны $\lambda = z_2 - z_1$ — это расстояние, на котором фаза колебания изменяется на 2π, то из соответствующего равенства: