



НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Л. И. Малинин, В. Ю. Нейман

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ ДЛЯ ВУЗОВ

Книга доступна в электронной библиотечной системе
biblio-online.ru

Москва ■ Юрайт ■ 2019

УДК 621.3.011.7(075.8)

ББК 31.211я73

М19

Авторы:

Малинин Леонид Иванович — доктор технических наук, профессор;

Нейман Владимир Юрьевич — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретических основ электротехники факультета мехатроники и автоматизации Новосибирского государственного технического университета.

Рецензенты:

Симаков Г. М. — доктор технических наук, профессор;

Петренко Ю. В. — кандидат технических наук, доцент.

Малинин, Л. И.

М19 Теория электрических цепей : учеб. пособие для вузов / Л. И. Малинин, В. Ю. Нейман. — М. : Издательство Юрайт, 2019. — 346 с. — Серия : Университеты России.

ISBN 978-5-534-04319-8

Серия «Университеты России» позволит высшим учебным заведениям нашей страны использовать в образовательном процессе учебники и учебные пособия по различным дисциплинам, подготовленные преподавателями лучших университетов России и впервые опубликованные в издательствах университетов. Все представленные в этой серии учебники прошли экспертную оценку учебно-методического отдела издательства и публикуются в оригинальной редакции.

Основное содержание учебного пособия составляют комплексные задачи и задания как по традиционным разделам курса ТОЭ, так и по новым разделам, посвященным основам теории цепей информационного типа.

Основные положения теории цепей, необходимые для решения комплексных задач, изложены в кратком (справочном) виде. Примеры решения комплексных задач и рекомендации по выполнению комплексных заданий даны в полном, развернутом виде с толкованием как электротехнических аспектов, так и математических.

Комплексные задачи и задания, включенные в пособие, прошли апробацию на факультете мехатроники и автоматизации, а также факультете автоматизации и вычислительной техники.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по инженерно-техническим направлениям.

УДК 621.3.011.7(075.8)

ББК 31.211я73



Все права защищены. Никакая часть данной книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме без письменного разрешения владельцев авторских прав. Правовую поддержку издательства обеспечивает юридическая компания «Дельфи».

ISBN 978-5-534-04319-8

© Малинин Л. И., Нейман В. Ю., 2013

© Новосибирский государственный технический университет, 2013

© ООО «Издательство Юрайт», 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	9
Глава 1. АНАЛИЗ УСТАНОВИВШИХСЯ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ЦЕПЯХ.....	13
1.1. Энергия и силы в электростатическом поле коаксиального кабеля.....	13
1.1.1. Контрольное задание.....	13
1.1.2. Методические рекомендации	15
1.1.3. Краткие теоретические сведения	16
1.1.4. Примеры решения задач	19
1.2. Энергия и силы в магнитном поле дросселя.....	24
1.2.1. Контрольное задание.....	24
1.2.2. Методические рекомендации	26
1.2.3. Краткие теоретические сведения	27
1.2.4. Примеры решения задач	29
1.3. Линейная электрическая цепь постоянного тока	32
1.3.1. Контрольное задание.....	32
1.3.2. Методические рекомендации	37
1.3.3. Примеры решения задач	37
1.4. Нелинейная цепь постоянного тока.....	41
1.4.1. Контрольное задание.....	41
1.4.2. Методические рекомендации	42
1.4.3. Краткие теоретические сведения	43
1.4.4. Примеры решения задач	45
1.5. Расчет функциональных преобразователей.....	49
1.5.1. Контрольное задание.....	49
1.5.2. Методические рекомендации	55
1.5.3. Примеры решения задач	56
1.6. Магнитная цепь постоянного тока.....	62
1.6.1. Контрольное задание.....	62
1.6.2. Методические рекомендации	65
1.6.3. Краткие теоретические сведения	66
1.6.4. Примеры решения задач	68
1.7. Линейная цепь синусоидального тока.....	73
1.7.1. Контрольное задание.....	73
1.7.2. Методические рекомендации	76
1.7.3. Примеры решения задач	78

1.8. Магнитная цепь переменного тока	82
1.8.1. Контрольное задание.....	82
1.8.2. Методические рекомендации	84
1.8.3. Краткие теоретические сведения	84
1.8.4. Примеры решения задач	87
1.9. Цепи с несинусоидальными источниками питания	89
1.9.1. Контрольное задание.....	89
1.9.2. Методические рекомендации	91
1.9.3. Краткие теоретические сведения	92
1.9.4. Примеры решения задач	94
1.10. Интегральные характеристики несинусоидальных токов и напряжений	99
1.10.1. Контрольное задание	99
1.10.2. Методические рекомендации.....	102
1.10.3. Краткие теоретические сведения.....	103
1.10.4. Примеры решения задач.....	109
1.11. Линейная цепь несинусоидального тока	118
1.11.1. Контрольное задание	118
1.11.2. Примеры решения задач.....	123
1.12. Коэффициент гармонической линеаризации нелинейного четырехполюсника.....	128
1.12.1. Контрольное задание	128
1.12.2. Методические рекомендации.....	131
1.12.3. Примеры решения задач.....	134

Глава 2. КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО РАСЧЕТУ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ 137

2.1. Цепи постоянного тока информационного типа	137
2.1.1. Контрольное задание.....	137
2.1.2. Методические рекомендации	148
2.2. Нелинейные цепи постоянного тока.....	148
2.2.1. Контрольное задание.....	148
2.2.2. Методические рекомендации	153
2.3. Нелинейные цепи переменного тока	153
2.3.1. Контрольное задание.....	153
2.3.2. Методические рекомендации	156
2.4. Расчет нелинейной цепи информационного типа	157
2.4.1. Структура и тип задания	157
2.4.2. Пример выполнения комплексного задания	158

Глава 3. СИСТЕМНЫЕ ФУНКЦИИ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ	169
3.1. Определение системных функций линейных резистивных цепей	169
3.1.1. Контрольное задание	169
3.1.2. Методические рекомендации и пояснения	175
3.1.3. Примеры решения задач	175
3.2. Переходные и импульсные характеристики линейных цепей	178
3.2.1. Контрольное задание	178
3.2.2. Методические рекомендации и пояснения	180
3.2.3. Примеры решения задач	181
3.3. Передаточные функции и частотные характеристики линейной цепи	185
3.3.1. Контрольное задание	185
3.3.2. Методические рекомендации и пояснения	189
3.3.3. Примеры решения задач	191
3.4. Применение системных функций для расчета линейных резистивных цепей	195
3.4.1. Контрольное задание	195
3.4.2. Методические рекомендации и пояснения	196
3.4.3. Примеры решения задач	197
3.5. Применение переходных и импульсных характеристик в цепях первого порядка	198
3.5.1. Контрольное задание	198
3.5.2. Методические рекомендации и пояснения	200
3.5.3. Примеры решения задач	202
3.6. Применение передаточной функции линейной цепи	206
3.6.1. Контрольное задание	206
3.6.2. Методические рекомендации и пояснения	207
3.6.3. Примеры решения задач	208
Глава 4. АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ	211
4.1. Исследование переходных процессов в активных линейных цепях первого порядка	211
4.1.1. Контрольное задание	211
4.1.2. Методические рекомендации и пояснения	213
4.1.3. Краткие теоретические сведения	214
4.1.4. Примеры решения задач	215
4.2. Исследование переходных процессов в линейной активной цепи второго порядка	224
4.2.1. Контрольное задание	224
4.2.2. Методические рекомендации и пояснения	225
4.2.3. Примеры решения задач	225

4.3. Применение дифференцирующих и интегрирующих цепей	232
4.3.1. Контрольное задание	232
4.3.2. Методические рекомендации и пояснения	234
Глава 5. АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ	239
5.1. Исследование устойчивости в нелинейной цепи постоянного тока	239
5.1.1. Контрольное задание	239
5.1.2. Методические рекомендации и пояснения	241
5.2. Анализ устойчивости и определение параметров автоколебаний в нелинейных цепях с обратной связью	247
5.2.1. Контрольное задание	247
5.2.2. Методические рекомендации и пояснения	251
5.3. Анализ переходных процессов методом переменных состояния	256
5.3.1. Контрольное задание	256
5.3.2. Методические рекомендации и пояснения	261
5.3.3. Краткие теоретические сведения	262
5.3.4. Примеры решения задач	282
Глава 6. КОМПЛЕКСНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО РАСЧЕТУ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ	297
6.1. Исследование переходных процессов линейной цепи информационного типа	297
6.1.1. Расчетно-графическое задание	297
6.1.2. Методические рекомендации и пояснения	312
6.1.3. Особенности расчета переходных процессов в линейных цепях информационного типа	313
6.2. Формирование динамических уравнений электрических цепей	317
6.2.1. Курсовая работа	317
6.2.2. Методические рекомендации и пояснения	326
6.2.3. Примеры решения задач	326
6.3. Расчет переходных процессов в нелинейной цепи с использованием аналитической аппроксимации характеристик в MatLab Simulink	330
6.3.1. Курсовая работа	330
6.3.2. Методические рекомендации и пояснения	331
6.3.3. Краткие теоретические сведения	332
6.3.4. Примеры решения задач	338
Библиографический список	347
Новые издания по дисциплине «Теория электрических цепей» и смежным дисциплинам	348

ПРЕДИСЛОВИЕ

За последние пятьдесят лет курс теоретической электротехники в вузах существенно изменился. Это связано с расширением функционального назначения цепей. Несмотря на тот факт, что классическая теоретическая электротехника различала электроэнергетические цепи (цепи передачи и преобразования энергии) и информационные цепи (цепи передачи и преобразования сигнала), указанный курс в основном базировался на электроэнергетических цепях ввиду их широкого применения. В последние десятилетия это соотношение изменилось в результате революционных изменений в передаче и обработке информации. Возникли серьезные трудности при построении курса, так как принципы построения электроэнергетических и информационных цепей друг от друга отличаются. В 80–90-х годах прошлого века появились учебники по теоретической электротехнике с четкой ориентацией на конкретные специальности. Трудности последних лет связаны с введением программ подготовки, ориентированных на укрупненные группы специальностей (которые намного шире старого понятия направления или специальности). Кроме того, развитие автоматизации привело к созданию электротехнических комплексов, в которых одни и те же элементы выполняют как силовую (электроэнергетическую) функцию, так и информационную. Например, такая ситуация возникает в некоторых полупроводниковых преобразователях электроприводов. В связи с указанным положением традиционный курс электротехники стали объединять с традиционным курсом электроники. Такое объединение едва ли будет являться удачным. Электроника имеет свою методологическую базу (см. Шимони К. Физическая электроника. – М.: Энергия, 1977. – 608 с.) со своими направлениями (в том числе квантовым). Ее будущее развитие прогнозируемо и имеет хорошую перспективу при внедрении принципиально новых технологий. В то время как методологическая база теоретической электротехники совершенно иная, основанная на общих свойствах цепей. Другим предложением, позволяющим построить курс современной теоретической электротехники, включающий в себя как электроэнергетические цепи, так и

информационные, является использование в составе типовых элементов цепей идеализированного операционного усилителя, повторителя напряжения, компаратора, умножителя, идеального ключа, зависимых источников, наряду с ранее используемыми резистивными, индуктивными и емкостными элементами, независимыми источниками напряжения и тока. Подобные учебники были практически одновременно созданы в России (книги П.Н. Матханова в 1977–1986 гг.) и в США (книги У.М. Сиберта в 1986–1988 гг.). В НГТУ теоретические разделы, задачи, задания по информационным цепям стали включать в курс теоретической электротехники с 1984 года, что нашло понимание и было поддержано кафедрами электропривода и автоматики. Существенную поддержку в этом оказало руководство электромеханического факультета (ныне факультет мехатроники и автоматизации).

За последние 25 лет творческим коллективом кафедры ТОЭ был создан учебно-методический комплекс, позволяющий реализовать учебник по теории цепей современной электротехники. При написании учебника авторы руководствовались целью выработать у читателя навыки для изучения цепей. Деталю формальных методов анализа придавалось второстепенное значение. Математический аппарат характеризовался двумя основными факторами: его возможностями и ограничениями. Уровень математического аппарата сводился к минимально необходимому, например, отказу от матричной формы динамических уравнений цепей низкого порядка. Численные методы даются в ознакомительном плане, так как средства компьютерного моделирования цепей не устраняют необходимости в понимании основ функционирования цепей.

По указанным признакам книга не может рассматриваться как монография, однако она не является задачником в общепринятом понимании, т. е. набором фрагментарных задач, систематизированных по темам. Книга написана для интерактивного процесса обучения на базе контрольных заданий по расчетам режимов электрических цепей и имеет самостоятельное значение. Она не может рассматриваться как учебное пособие к содержанию какого-либо федерального учебника или курса лекций. Основными компонентами книги являются комплексные задачи, требующие изучения нескольких разделов курса электротехники, а также определенного объема знаний по фундаментальным дисциплинам, причем способ решения комплексной задачи в существенной мере определяется целевой функцией. По мнению авторов, решение таких задач вырабатывает у студентов навыки по изучению цепей и обеспечивает переход к выполнению курсовых проектов. Именно комплексная задача расши-

ряет и углубляет учебный материал, т. е. осуществляет активную фазу процесса обучения. Важным фактором является диакоптическая процедура, определяющая декомпозицию, локализацию отдельных частей сложной цепи и ее переход к фрагментарным задачам. В простейшем случае фрагментарная задача по своей сути является упражнением, примером, простейшей формой контролирующего материала по конкретному вопросу. При контроле остаточных знаний фрагментарные задачи являются основой тестов.

В учебном пособии используются термины: комплексные задания, контрольные задания и задачи. В указанном выше смысле все задания представляют собой категорию комплексных задач. Комплексные задания – это комплексные задачи высшей категории сложности. Контрольные задания – это комплексные задачи низшей категории сложности. Термин «задача» применяется к категории фрагментарных задач.

Все задания составлены по единообразной форме и содержат: текст задания; краткие теоретические сведения и (или) методические рекомендации и пояснения; примеры решения комплексных или фрагментарных задач.

Таким образом, в зависимости от степени подготовки студент может выбрать свой путь решения.

Первая и вторая главы посвящены анализу установившихся процессов в электрических и магнитных цепях. Десять контрольных заданий первой главы рассматривают электроэнергетические цепи, а два задания (расчет функциональных преобразователей и коэффициента гармонической линеаризации) имеют свои примеры как в электроэнергетических, так и информационных цепях.

Во *второй* главе приведены комплексные задания по цепям информационного типа, построенным по блочно-функциональному принципу, характерному для устройств систем мехатроники и автоматики. Такая структура цепей позволяет в качестве блоков (звеньев) использовать схемы цепей первой главы.

Третья глава посвящена контрольным заданиям по изучению аппарата системных функций, применяемых при анализе динамических процессов в электроэнергетических и информационных цепях.

Анализ динамических процессов в линейных электрических цепях рассмотрен в *четвертой* главе. Контрольные задания включают в себя активные цепи первого и второго порядков.

Пятая глава посвящена анализу динамических процессов в нелинейных электрических цепях. Здесь изучается вопрос исследования устойчивости нелинейной электроэнергетической цепи при элементах с отрицательным дифференциальным сопротивлением и вопрос устойчивости информационной цепи с обратной связью. Определяются параметры автоколебательного режима. Основное внимание в этой главе уделяется изучению метода переменных состояния ввиду его универсальности в отношении линейности или нелинейности цепи.

Шестая глава предусматривает расчетно-графическое задание по исследованию переходных процессов в цепи информационного вида и две курсовые работы по формированию динамических уравнений цепей и расчетов переходного процесса в среде MatLab.

Написанию данного учебника предшествовала большая работа по формированию учебных пособий, расчету параметров, контрольных заданий и их проведению на факультетах мехатроники и автоматизации, а также автоматизации и вычислительной техники большим творческим коллективом. Авторы выражают благодарность В.Т. Мандрусовой, Н.А. Юрьевой, Т.В. Морозовой, Л.Г. Цейтлиной за их творческое отношение к указанной работе.

ГЛАВА 1

АНАЛИЗ УСТАНОВИВШИХСЯ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ЦЕПЯХ

1.1. ЭНЕРГИЯ И СИЛЫ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ КОАКСИАЛЬНОГО КАБЕЛЯ

1.1.1. КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

В линии передачи энергии постоянным током применен коаксиальный кабель (рис. 1.1.1). В режиме холостого хода линии передачи (ключ SA разомкнут) в кабеле создается только электростатическое поле.

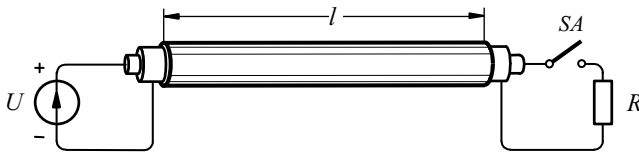


Рис. 1.1.1

Кабель содержит два диэлектрических слоя с относительными диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 , напряженностями электрического поля E_{1p} и E_{2p} . Геометрические размеры кабеля показаны на рис. 1.1.2, причем длина кабеля $l \gg r_4$, что позволяет пренебречь краевым эффектом. Исходные данные для расчета приведены в табл. 1.1.1.

Определить:

1) толщину слоев диэлектриков при полном использовании их электрической прочности ($E_{1\max} = E_{1p}$ и $E_{2\max} = E_{2p}$);

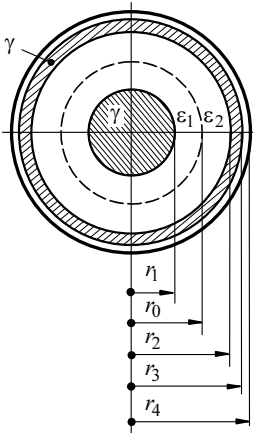


Рис. 1.1.2

2) емкость кабеля на единицу его длины ($C_0 = C/l$);

3) энергию электрического поля кабеля W при напряжении $U = 1$ кВ;

4) объемную плотность энергии ($W_0 = dW/dV$) как функцию радиуса r с построением качественной зависимости $W(r)$;

5) силу давления f :

а) на внутреннюю поверхность первого диэлектрического слоя ($r = r_1$) – варианты 1–10;

б) на поверхность раздела диэлектриков ($r = r_0$) – варианты 11–20;

в) на внешнюю поверхность второго диэлектрического слоя ($r = r_2$) – варианты 21–30.

Т а б л и ц а 1.1.1

Номер варианта	r_1	r_2	ε_1	ε_2	E_{1p}	E_{2p}
	10^{-4} м	10^{-4} м	–	–	10^6 В/м	10^6 В/м
1	14	17	7	4,7	3,3	4,3
2	15	18	6,4	5	3	3,6
3	16	18	16	6,8	3,2	7,1
4	14	17	6	7	4	3
5	15	18	7	8,5	4	3,1
6	16	18	3,6	2,4	4,3	6,1
7	14	16	6	2,6	3,2	6,9
8	15	17	10	4	3,1	7,3
9	16	18	3,5	5,2	6,4	4,05
10	14	16	6,1	4,5	4,5	5,7
11	15	17	5	3,6	4,4	5,7
12	16	18	4	9,4	7,5	3
13	14	16	4,5	6,9	6,4	3,9

Окончание табл. 1.1.1

Номер варианта	r_1	r_2	ε_1	ε_2	E_{1p}	E_{2p}
	10^{-4} м	10^{-4} м	–	–	10^6 В/м	10^6 В/м
14	15	17	4,5	5,9	6,0	4,3
15	15	17	4	9	7,2	3
16	9	11	4	7,2	7,5	3,75
17	10	12	8,8	4	3,5	7
18	11	13	6	4	4,42	6,1
19	12	14	7	3,5	3,65	6,75
20	13	15	5	6,5	6,05	4,32
21	14	16	7,5	3,5	3,45	6,9
22	10	13	3	4	4,56	3,1
23	11	13	3	5,5	7	3,5
24	12	14	3,5	7	7,15	3,3
25	9	11	8	3,6	3,525	7,05
26	10	12	3,3	6	7	3,5
27	11	14	6,5	5	3,45	3,8
28	9	12	3	4	4,6	3,1
29	12	15	5	4	3,47	3,7
30	13	16	3,5	4,5	4,32	3,13

В конце расчета ответьте на следующие вопросы.

- Как изменится направление указанной силы при изменении полярности напряжения?
- Как изменится направление указанной силы, если диэлектрики поменять местами (изменив при необходимости рабочие напряженности поля в слоях)?

1.1.2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

1. Ввиду одномерного характера поля коаксиального кабеля расчет поля целесообразно выполнить по теореме Гаусса, определив законы изменения напряженности поля в слоях $E_1(r)$ и $E_2(r)$.

2. Поскольку конечной целью расчета является определение энергии и сил, целесообразно сразу вычислить объемную плотность энергии в слоях

диэлектриков ($W_{01} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_1^2 / 2$ и $W_{02} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_2^2 / 2$) и энергию кабеля

$$\left(W = \int_{V_1} W_{01} dV + \int_{V_2} W_{02} dV \right).$$

3. При таком подходе вопрос вычисления емкости является побочным и может быть решен применением энергетического определения емкости ($C = 2W/U^2$).

4. Расчет силы давления можно провести на основании соотношения между энергией, силой и обобщенной координатой, т. е. общим методом определения сил в аналитической механике. Так как требуется определить силу давления f , то в качестве обобщенной координаты должен быть выбран объем V . В этом случае $f = \partial W / \partial V$ при $U = \text{const}$, т. е. указанная сила давления численно равна объемной плотности энергии.

5. Для решения вопроса о направлении силы давления целесообразно преобразовать формулу $f = \partial W / \partial V$, учитывая одномерный характер задачи (т. е. $\partial V = dV = 2\pi r l dr$), к виду $f = dW / 2\pi r l dr$. При вычислении силы давления на внешнюю поверхность первого диэлектрического слоя ($f_1 = dW / 2\pi r_1 l dr_1$) характер функции $W(r_1)$ покажет, что $dW/dr_1 > 0$; сила имеет положительный знак и направлена в сторону увеличения координаты r_1 , т. е. $f_1 = W_{01}|_{r=r_1}$. При вычислении силы давления на внешнюю поверхность второго диэлектрического слоя ($f_2 = dW / 2\pi r_2 l dr_2$) характер функции $W(r_2)$ покажет, что $dW/dr_2 < 0$; сила имеет отрицательный знак и направлена в сторону уменьшения координаты r_2 , т. е. $f_2 = -W_{02}|_{r=r_2}$. Вычисление силы давления на поверхность раздела диэлектриков ($f_0 = dW / 2\pi r_0 l dr_0$) можно провести, учитывая направления сил f_1 и f_2 , в виде $f_0 = W_{01}|_{r=r_0} - W_{02}|_{r=r_0}$.

1.1.3. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Расчет статического поля одножильного кабеля

При расчете кабелей в первую очередь определяют максимальную напряженность электрического поля в изоляции и сравнивают ее с допустимой.

В этом случае геометрия устройства считается заданной.

Теоретический расчет кабеля допускает некоторые упрощения при его изображении (см. рис. 1.1.2). В частности, для одножильного кабеля изображается только жила и concentрическая с ней оболочка. Пространство между ними заполнено изоляцией с соответствующей диэлектрической проницаемостью. В зависимости от устройства кабеля изоляция может быть однослойной, двухслойной и многослойной. Как правило, устройство для подключения к источнику напряжения не показывают. Не показываются также детали, фиксирующие жилу. Однако при этих упрощениях не нарушается восприятие принципа действия устройства.

Основные соотношения, необходимые для расчета устройства кабеля, получают из уравнений электрического поля.

При расчете поля кабеля пользуются, как правило, теоремой Гаусса в интегральной форме

$$\oint_S \bar{D} d\bar{S} = \sum q,$$

а также уравнением, связывающим векторы \bar{D} и \bar{E} :

$$\bar{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \bar{E},$$

где $\sum q$ – заряд, равномерно распределенный на поверхности радиуса r жилы кабеля; ε – диэлектрическая проницаемость вещества; $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}$ Ф/м – электрическая постоянная.

Для расчета поля необходимо воспользоваться цилиндрической системой координат. Основным вектор этого поля – это вектор напряженности \bar{E} , направленный по радиусу. Напряженность электрического поля зависит только от радиуса:

$$E = E_{\max} \frac{r_1}{r}.$$

Наибольшая напряженность электрического поля и поверхностная плотность заряда будут при $r = r_1$.

Соответственно поверхностный заряд по длине кабеля

$$\oint_S \varepsilon \varepsilon_0 \bar{E} d\bar{S} = \varepsilon \varepsilon_0 E 2\pi r l = \sum q = \tau l,$$

где l – длина кабеля; τ – заряд на единицу длины кабеля.

Откуда

$$E = \frac{\tau}{\varepsilon\varepsilon_0 2\pi r}.$$

На границе раздела двух сред с различной диэлектрической проницаемостью выполняются граничные условия

$$E_1 r_1 \varepsilon_1 = E_2 r_2 \varepsilon_2.$$

Напряжение между жилой радиуса r_1 и оболочкой радиуса r_2 (для однослойной изоляции при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$, рис. 1.1.2):

$$U = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} d\vec{r} = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Это, в свою очередь, дает возможность определить в окончательном виде напряженность электрического поля кабеля для случая однослойной изоляции:

$$E = \frac{U}{r \ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

Рассматривая отрезок коаксиального кабеля как конденсатор, можно определить его удельную емкость:

$$C_0 = \frac{\tau}{U} = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

Нахождение векторов поля не является самоцелью. На практике необходимо знать такие важные физические величины, как энергию поля и силы, действующие на элементы конструкции устройства. Именно эти величины дают возможность проверить на опыте результаты вычислений и правильность исходных уравнений.

Данные величины можно найти из выражения объемной плотности энергии электрического поля:

$$W_0 = \frac{\partial W}{\partial V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

Всю энергию электрического поля можно вычислить, проинтегрировав объемную плотность энергии по всему объему поля:

$$W = \int_V \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} E^2 dV.$$

Другой способ нахождения емкости может быть реализован через ее энергетическое определение:

$$C = \frac{2W}{U^2}.$$

1.1.4. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1.1.1

Для выравнивания напряженности электрического поля кабель содержит двухслойную изоляцию с относительными диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1 = 4,2$ и $\varepsilon_2 = 2,9$ (см. рис. 1.1.2).

Требуется определить: r_0 при условии полного использования электрической прочности первого ($E_{1\max} = 5,2 \cdot 10^6$ В/м) и второго ($E_{2\max} = 6,8 \cdot 10^6$ В/м) диэлектрического слоя; емкость кабеля на единицу его длины.

Геометрические размеры кабеля заданы: $r_1 = 18 \cdot 10^{-4}$ м, $r_2 = 21 \cdot 10^{-4}$ м.

Решение. Основные соотношения, необходимые для расчета радиуса r_0 , определяющего толщину слоев диэлектриков, получим из уравнения электрического поля. На основании теоремы Гаусса в интегральной форме для однородной среды заряд на единицу длины кабеля

$$\oint_S \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} d\vec{S} = \varepsilon\varepsilon_0 E 2\pi r = \tau.$$

Так как наибольшая напряженность в однородном слое диэлектрика соответствует меньшему радиусу, то из теоремы Гаусса следует:

$$E_{1\max} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_1\varepsilon_0 r_1}; \quad E_{2\max} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_2\varepsilon_0 r_0}.$$

С учетом установленных соотношений для $E_{1\max}$ и $E_{2\max}$ в слоях диэлектриков и условия равномерности распределения заряда по поверхности получим

$$r_0 = \frac{r_1 \varepsilon_1 E_{1\max}}{\varepsilon_2 E_{2\max}} = \frac{18 \cdot 10^{-4} \cdot 4,2 \cdot 5,2 \cdot 10^6}{2,9 \cdot 6,8 \cdot 10^6} = 19,9 \cdot 10^{-4} \text{ м.}$$

Рассматривая отрезок коаксиального кабеля как конденсатор, определим его емкость. Для расчета емкости кабеля необходимо знать заряд q и разность потенциалов U между жилой радиуса r_1 и оболочкой радиуса r_2 кабеля:

$$C = \frac{q}{U}.$$

Для двухслойной изоляции

$$\begin{aligned} U &= \int_{r_1}^{r_0} E_1 dr + \int_{r_0}^{r_2} E_2 dr = \int_{r_1}^{r_0} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_1\varepsilon_0 r} dr + \int_{r_0}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_2\varepsilon_0 r} dr = \\ &= \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{\varepsilon_1} \ln \frac{r_0}{r_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} \ln \frac{r_2}{r_0} \right). \end{aligned}$$

Следовательно, емкость на единицу длины кабеля

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{C}{l} = \frac{q}{lU} = \frac{\tau}{U} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{\varepsilon_1} \ln \frac{r_0}{r_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} \ln \frac{r_2}{r_0}} = \\ &= \frac{2\pi \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}}{\frac{1}{4,2} \ln \frac{19,9 \cdot 10^{-4}}{18 \cdot 10^{-4}} + \frac{1}{2,9} \ln \frac{21 \cdot 10^{-4}}{19,9 \cdot 10^{-4}}} = 1,31 \cdot 10^{-9} \text{ Ф/м.} \end{aligned}$$

Задача 1.1.2

К кабелю (см. рис. 1.1.2), содержащему два диэлектрических слоя изоляции с относительными диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1 = 6,2$ и $\varepsilon_2 = 3,5$, приложено напряжение $U = 3$ кВ.

Определить объемную плотность энергии в слоях диэлектриков и энергию кабеля, если $r_1 = 25 \cdot 10^{-4}$ м, $r_0 = 27 \cdot 10^{-4}$ м и $r_2 = 30 \cdot 10^{-4}$ м.

На основании энергетического определения емкости установить емкость кабеля на единицу его длины. Определить силу давления на внутреннюю поверхность диэлектрического слоя с ϵ_1 при $r = r_1$.

Решение. Объемная плотность энергии в слоях диэлектриков может быть рассчитана по выражениям

$$W_{01} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_0}{2} E_1^2 \quad \text{и} \quad W_{02} = \frac{\epsilon_2 \epsilon_0}{2} E_2^2. \quad (1.1.1)$$

Таким образом, для определения объемной плотности энергии достаточно найти напряженность поля в слоях диэлектриков и установить связь с напряжением U , приложенным к кабелю.

Напряжение между жилой радиуса r_1 и оболочкой радиуса r_2

$$\begin{aligned} U &= \int_{r_1}^{r_0} E_1 dr + \int_{r_0}^{r_2} E_2 dr = \int_{r_1}^{r_0} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1 r} dr + \int_{r_0}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2 r} dr = \\ &= \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon_1} \ln \frac{r_0}{r_1} + \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon_2} \ln \frac{r_2}{r_0} = E_{1\max} r_1 \ln \frac{r_0}{r_1} + E_{2\max} r_0 \ln \frac{r_2}{r_0}. \end{aligned} \quad (1.1.2)$$

На основании граничных условий при различной электрической прочности слоев диэлектриков

$$E_{1\max} r_1 \epsilon_1 = E_{2\max} r_0 \epsilon_2,$$

т. е.

$$E_{1\max} = E_{2\max} \frac{r_0 \epsilon_2}{r_1 \epsilon_1} \quad \text{и} \quad E_{2\max} = E_{1\max} \frac{r_1 \epsilon_1}{r_0 \epsilon_2}. \quad (1.1.3)$$

Из уравнений (1.1.2) и (1.1.3) получаем значение максимальной напряженности электрического поля для двухслойной изоляции:

$$E_{1\max} = \frac{U}{r_1 \left(\ln \frac{r_0}{r_1} + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \ln \frac{r_2}{r_0} \right)}; \quad (1.1.4)$$

$$E_{2\max} = \frac{U}{r_0 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \ln \frac{r_0}{r_1} + \ln \frac{r_2}{r_0} \right)}. \quad (1.1.5)$$

Для напряженности поля в слоях диэлектриков можно записать:

$$E_1 = E_{1\max} \frac{r_1}{r}; \quad (1.1.6)$$

$$E_2 = E_{2\max} \frac{r_0}{r}. \quad (1.1.7)$$

С учетом выражений (1.1.1) и (1.1.4) – (1.1.7) для объемной плотности энергии в слоях диэлектриков окончательно получим:

$$W_{01} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0}{2} \left[\frac{U}{r_1 \left(\ln \frac{r_0}{r_1} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \ln \frac{r_2}{r_0} \right)} \right]^2 \frac{r_1^2}{r^2} = \frac{6,2}{2} \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \times$$

$$\times \left[\frac{3 \cdot 10^3}{25 \cdot 10^{-4} \left(\ln \frac{27 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-4}} + \frac{6,2}{3,5} \ln \frac{30 \cdot 10^{-4}}{27 \cdot 10^{-4}} \right)} \right]^2 \frac{(25 \cdot 10^{-4})^2}{r^2} = \frac{3,55 \cdot 10^{-3}}{r^2}, \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3};$$

$$W_{02} = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0}{2} \left[\frac{U}{r_0 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \ln \frac{r_0}{r_1} + \ln \frac{r_2}{r_0} \right)} \right]^2 \frac{r_0^2}{r^2} = \frac{3,5}{2} \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \times$$

$$\times \left[\frac{3 \cdot 10^3}{27 \cdot 10^{-4} \left(\frac{3,5}{6,2} \ln \frac{27 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-4}} + \ln \frac{30 \cdot 10^{-4}}{27 \cdot 10^{-4}} \right)} \right]^2 \frac{(27 \cdot 10^{-4})^2}{r^2} = \frac{6,29 \cdot 10^{-3}}{r^2}, \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

Энергию электрического поля кабеля можно вычислить, проинтегрировав объемную плотность энергии по всему объему поля:

$$W = \int_{V_1} W_{01} dV + \int_{V_2} W_{02} dV = \int_{V_1} \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0}{2} E_1^2 dV + \int_{V_2} \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0}{2} E_2^2 dV. \quad (1.1.8)$$

Элемент объема удобно выбрать в виде цилиндрического слоя (из соображений симметрии) $dV = 2\pi r l dr$.

Для энергии электрического поля кабеля на единицу его длины ($l = 1, 0$) окончательно имеем:

$$\begin{aligned} W_0 &= \int_{r_1}^{r_0} 3,55 \cdot 10^{-3} \frac{1}{r} 2\pi dr + \int_{r_0}^{r_2} 6,29 \cdot 10^{-3} \frac{1}{r} 2\pi dr = \\ &= 3,55 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \ln \frac{r_0}{r_1} + 6,29 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \ln \frac{r_2}{r_0} = \\ &= 3,55 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \ln \frac{27 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-4}} + 6,29 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \ln \frac{30 \cdot 10^{-4}}{27 \cdot 10^{-4}} = 5,879 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Емкость кабеля на единицу длины на основании энергетического определения емкости

$$C_0 = \frac{2W_0}{U^2} = \frac{2 \cdot 5,879 \cdot 10^{-3}}{(3 \cdot 10^3)^2} = 1,306 \cdot 10^{-9} \text{ Ф/м}.$$

Сила давления на внешнюю поверхность первого диэлектрического слоя (ε_1)

$$f_1 = W_{01} \Big|_{r=r_1} = 3,55 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{r^2} \Big|_{r=25 \cdot 10^{-4}} = 568 \text{ Н/м}^2.$$

1.2. ЭНЕРГИЯ И СИЛЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ ДРОССЕЛЯ

1.2.1. КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

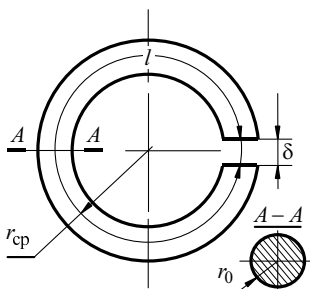


Рис. 1.2.1

На кольцевом сердечнике из стали (рис. 1.2.1) равномерно размещена однослойная обмотка, содержащая w витков. S – поперечное сечение кольцевого сердечника; l – длина средней магнитной силовой линии по стали; δ – длина воздушного зазора. По обмотке протекает постоянный ток I . Кривые намагничивания сталей приведены в табл. 1.2.1–1.2.3.

Т а б л и ц а 1.2.1

Сталь 1211

В	Тл	0,4	0,6	0,8	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
Н	А/м	140	211	318	502	647	840	1140	1580

Т а б л и ц а 1.2.2

Сталь 1311

В	Тл	0,4	0,8	1,2	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
Н	А/м	140	318	840	1580	2500	4370	7780	12800

Т а б л и ц а 1.2.3

Сталь 1511

В	Тл	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,7
Н	А/м	96	148	254	414	730	1640	6700	13000

При условии $r_{cp} \gg r_0$ следует определить:

- 1) энергию магнитного поля в стали;
- 2) энергию магнитного поля в зазоре;

- 3) полную энергию магнитного поля;
- 4) индуктивность дросселя;
- 5) величину и направление силы, стремящейся изменить зазор;
- 6) величину и направление силы, стремящейся изменить радиус r_0 .

Данные для расчета приведены в табл. 1.2.4.

Т а б л и ц а 1.2.4

Номер варианта	Марка стали	w	S	l	δ	I
		–	10^{-4} м^2	10^{-1} м	10^{-4} м	А
1	1211	200	1	3,6	1	2
2	1211	200	1	4	2	3
3	1211	400	2	4,5	1	1
4	1211	200	2	5	1	1,5
5	1211	350	2	5,5	2	2
6	1211	175	1	4,5	1	2
7	1211	180	2	4	2	2
8	1211	325	2	4,5	3	2
9	1211	150	2	4,5	1	2
10	1211	200	2	5,5	2	3
11	1311	500	2	5	5	3,7
12	1311	500	2	2,5	5	2,4
13	1311	500	2	2,5	10	4,7
14	1311	500	2	2,5	10	6,6
15	1311	500	2	2,5	10	9,3
16	1311	500	2	2,5	20	12
17	1311	1000	4	5	5	4,6
18	1311	1000	4	5	5	2,8
19	1311	1000	4	5	2	4,2
20	1311	1000	4	5	10	3,5
21	1511	200	1	4	1	14
22	1511	100	1	3,6	2,5	5
23	1511	360	1	2,5	1	5
24	1511	45	1	3,6	1	8
25	1511	70	1	2,5	2	10

Окончание табл. 1.2.4

Номер варианта	Марка стали	w	S	l	δ	I
		–	10^{-4} м^2	10^{-1} м	10^{-4} м	А
26	1511	80	1	3,6	1,5	5
27	1511	200	1	2,5	1	2
28	1511	50	1	4	1,5	8,7
29	1511	160	1	5	2	5
30	1511	100	1	5,3	1	3

1.2.2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

1. Ввиду резкого отличия магнитных проницаемостей магнитной цепи, выполненной из ферромагнитного материала, и окружающей среды в рассматриваемой задаче можно пренебречь потоками рассеяния. Учитывая, что $r_{\text{ср}} \gg r_0$, магнитную индукцию во всех точках поперечного сечения кольцевого сердечника можно принять одинаковой. Выпучиванием силовых линий в зазоре также пренебрегаем. Указанные допущения позволяют определить основные характеристики магнитного поля, пользуясь методами расчета магнитных цепей.

2. Поскольку магнитная цепь является нелинейной, то понятие индуктивности требует конкретизации. Различают статическую и дифференциальную индуктивности, применение которых определяется целями поставленной задачи. В общих случаях используют универсальный метод определения параметров (применяемый как для линейных, так и для нелинейных задач), базирующийся на энергетических соотношениях. При таком подходе величину индуктивности находят из выражения энергии магнитного поля. Рекомендуется использовать указанный прием при решении рассматриваемой задачи.

3. Расчет сил выполнить на основании соотношения между энергией, силой и обобщенной координатой, предварительно представив энергию в виде функции от обобщенной координаты.

При равномерном распределении обмотки по тороиду силы, стремящиеся изменить радиус r_0 , на ферромагнитном участке магнитной цепи и в зазоре будут различны. В первом случае удельная сила обусловлена плотностью энергии в сердечнике, а во втором – плотностью энергии в зазоре. При определении силы как производной от полной энергии по r_0 находится алгебраическая сумма указанных сил.

1.2.3. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В основе расчета магнитного поля постоянных токов лежит следующая система уравнений:

$$\oint_l \bar{H} d\bar{l} = I_{\Pi};$$

$$\int_S \bar{B} d\bar{S} = \Phi;$$

$$\bar{B} = \mu_r \mu_0 \bar{H},$$

где \bar{H} – вектор напряженности магнитного поля; $d\bar{l}$ – вектор элемента длины контура; I_{Π} – полный ток, определяемый как алгебраическая сумма токов, сцепленных с контуром; Φ – магнитный поток; \bar{B} – вектор магнитной индукции; $d\bar{S}$ – вектор элемента площади S ; μ_r – относительная магнитная проницаемость материала; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная.

Первый интеграл – закон полного тока. Если контур интегрирования l охватывает не отдельные провода с токами, а сцеплен со всеми витками w катушки, то полный ток равен Iw . Если на k -м участке $H_k = \text{const}$, то закон полного тока преобразуется в более простое выражение:

$$\sum_{k=1}^m H_k l_k = Iw,$$

где l_k – длина k -го участка; m – число участков.

Между величинами, характеризующими магнитные и электрические цепи, существует формальная аналогия, распространяющаяся и на методы расчета магнитных цепей, которые более подробно будут изложены далее.

Энергия магнитного поля распределена во всем объеме поля постоянных токов и определяется из выражения для объемной плотности энергии магнитного поля при постоянной магнитной проницаемости

$$W_0 = \frac{BH}{2} = \frac{\mu_r \mu_0 H^2}{2}.$$

Если известно распределение объемной плотности энергии магнитного поля, то можно определить энергию всего поля путем суммирования ее по отдельным элементарным объемам. Для конечного объема V энергия поля

$$W_M = \int_V \frac{BH}{2} dV.$$

Энергия тороида, имеющего w витков, длину средней линии l , площадь поперечного сечения S , если считать поле в сечении однородным, будет

$$W_M = \frac{BH}{2} Sl = \frac{BH}{2} V,$$

где $V = Sl$ – объем тороида и одновременно объем, занятый полем.

Тогда энергия на единицу объема есть плотность энергии

$$W_0 = \frac{W_M}{V} = \frac{HB}{2} = \frac{\mu_r \mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_r \mu_0}.$$

Эти формулы справедливы для однородной изотропной среды, где векторы \vec{H} и \vec{B} совпадают по направлению, и $\mu_r = \text{const}$.

Из выражения энергии магнитного поля катушки $W_M = \frac{LI^2}{2}$ можно получить выражение для индуктивности:

$$L = \frac{2W_M}{I^2}.$$

Из приведенных соотношений могут быть вычислены обобщенные силы, действующие на элементы цепи, находящиеся в магнитном поле.

При постоянстве тока контура выражение для обобщенной силы (силы, стремящейся изменить зазор или радиус) имеет вид

$$f = \left(\frac{\partial W_M}{\partial X} \right)_{I=\text{const}},$$

где X – обобщенная координата.

1.2.4. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

З а д а ч а

Катушка с кольцевым сердечником (см. рис. 1.2.1), содержащим воздушный зазор $\delta = 3 \cdot 10^{-4}$ м, подключена к источнику постоянного тока $I = 5,5$ А. Число витков катушки $w = 200$. Сердечник выполнен из стали 1211 (см. табл. 1.2.1) с поперечным сечением $S = 5 \cdot 10^{-4}$ м² и длиной средней силовой линии $l = 0,8$ м.

Определить магнитный поток в сердечнике, энергию магнитного поля в стали и в зазоре, полную энергию магнитного поля, индуктивность, величину усилия в зазоре и силу, стремящуюся изменить радиус r_0 .

Решение. Магнитную цепь разбиваем на два участка: участок из стали и воздушный промежуток.

По закону полного тока

$$H_{\text{ст}}l_{\text{ст}} + H_{\delta}l_{\delta} = Iw. \quad (1.2.1)$$

Решение задачи путем однократного применения нелинейного уравнения (1.2.1) не представляется возможным, так как оно содержит две неизвестные величины $H_{\text{ст}}$ и H_{δ} .

Поэтому для ее решения необходимо построить кривую зависимости магнитного потока от магнитодвижущей силы $\Phi = f(Iw)$, а затем по заданной магнитодвижущей силе определить графически магнитный поток Φ .

Задаваясь произвольно несколькими значениями индукции в сердечнике $B \leq B_{\text{max}}$, $B_1 = 1,4$ Тл, $B_2 = 1,3$ Тл, $B_3 = 1,2$ Тл, $B_4 = 1,1$ Тл, вычислим магнитные потоки:

$$\Phi_1 = B_1 S = 1,4 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 7 \cdot 10^{-4} \text{ Вб},$$

$$\Phi_2 = B_2 S = 1,3 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ Вб},$$

$$\Phi_3 = B_3 S = 1,2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб},$$

$$\Phi_4 = B_4 S = 1,1 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 5,5 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}.$$

По кривой намагничивания для стали 1211 (см. табл. 1.2.1) находим соответствующие напряженности магнитного поля в стали: $H_{ст1} = 1580$ А/м, $H_{ст2} = 1140$ А/м, $H_{ст3} = 840$ А/м, $H_{ст4} = 647$ А/м.

Решая прямую задачу, учитывая при этом, что $H_{\delta} = \frac{B}{\mu_0}$, находим по (1.2.1):

$$(Iw)_{B=1,4} = H_{ст1}l_{ст} + \frac{B_1}{\mu_0}l_{\delta} = 1580 \cdot 0,8 + \frac{1,4}{4\pi \cdot 10^{-7}} 3 \cdot 10^{-4} = 1598 \text{ А}; \quad (1.2.2)$$

$$(Iw)_{B=1,3} = H_{ст2}l_{ст} + \frac{B_2}{\mu_0}l_{\delta} = 1140 \cdot 0,8 + \frac{1,3}{4\pi \cdot 10^{-7}} 3 \cdot 10^{-4} = 1222 \text{ А}; \quad (1.2.3)$$

$$(Iw)_{B=1,2} = H_{ст3}l_{ст} + \frac{B_3}{\mu_0}l_{\delta} = 840 \cdot 0,8 + \frac{1,2}{4\pi \cdot 10^{-7}} 3 \cdot 10^{-4} = 958 \text{ А}; \quad (1.2.4)$$

$$(Iw)_{B=1,1} = H_{ст4}l_{ст} + \frac{B_4}{\mu_0}l_{\delta} = 647 \cdot 0,8 + \frac{1,1}{4\pi \cdot 10^{-7}} 3 \cdot 10^{-4} = 780 \text{ А}. \quad (1.2.5)$$

По полученным данным (1.2.2) – (1.2.5) строим вебер-амперную характеристику магнитной цепи (рис. 1.2.2) и по заданному значению $Iw = 5,5 \cdot 200 = 1100$ А определяем магнитный поток в сердечнике $\Phi_4 \approx 6,25 \cdot 10^{-4}$ Вб.

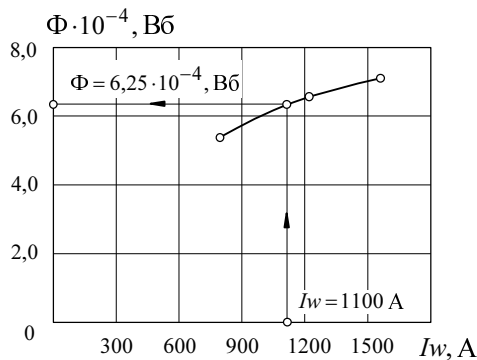


Рис. 1.2.2

Индукция и напряженность магнитного поля, соответствующие найденному значению магнитного потока в сердечнике, составляют:

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{6,25 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-4}} = 1,25 \text{ Тл}, \quad H_{\text{ст}} = 1080 \text{ А/м}.$$

Энергия магнитного поля, сосредоточенная в стальном сердечнике:

$$\begin{aligned} W_{\text{ст}} &= \int_{V_{\text{ст}}} \frac{B_{\text{ст}} H_{\text{ст}}}{2} dV_{\text{ст}} = \int_0^{l_{\text{ст}}} \frac{B_{\text{ст}} H_{\text{ст}}}{2} S dl = \frac{B_{\text{ст}} H_{\text{ст}}}{2} S l_{\text{ст}} = \\ &= \frac{1,25 \cdot 1080}{2} 5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,8 = 0,27 \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Энергия магнитного поля, сосредоточенная в воздушном зазоре:

$$\begin{aligned} W_{\delta} &= \int_{V_{\delta}} \frac{B_{\delta} H_{\delta}}{2} dV_{\delta} = \int_0^{l_{\delta}} \frac{B_{\delta}^2}{2\mu_0} S dl = \frac{B_{\delta}^2}{2\mu_0} S l_{\delta} = \\ &= \frac{(1,25)^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} 5 \cdot 10^{-4} \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 0,093 \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Полная энергия магнитного поля катушки с кольцевым сердечником

$$W_{\text{м}} = W_{\text{ст}} + W_{\delta} = 0,27 + 0,093 = 0,363 \text{ Дж}.$$

Индуктивность катушки

$$L = \frac{2W_{\text{м}}}{I^2} = \frac{2 \cdot 0,363}{(5,5)^2} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ Гн}.$$

Величина усилия в воздушном зазоре, стремящегося его уменьшить,

$$f_{\delta} = \frac{\partial W_{\delta}}{\partial l_{\delta}} = \frac{\partial}{\partial l_{\delta}} \left(\frac{B_{\delta}^2}{2\mu_0} S l_{\delta} \right) = \frac{B_{\delta}^2 S}{2\mu_0} = \frac{(1,25)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 310,8 \text{ Н}.$$

Сила, стремящаяся изменить радиус r_0 , ($r_0 = \sqrt{S/\pi}$)

$$f_{r_0} = \frac{\partial W_{\text{ст}}}{\partial r_0} + \frac{\partial W_{\delta}}{\partial r_0} = \frac{\partial}{\partial r_0} \left(\frac{B_{\text{ст}} H_{\text{ст}}}{2} \pi r_0^2 l_{\text{ст}} \right) + \frac{\partial}{\partial r_0} \left(\frac{B_{\delta} H_{\delta}}{2} \pi r_0^2 l_{\delta} \right) =$$

$$= B_{\text{ст}} H_{\text{ст}} \pi r_0 l_{\text{ст}} + B_{\delta} H_{\delta} \pi r_0 l_{\delta} = 1,25 \cdot 1080 \pi \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-4}}{\pi}} \cdot 0,8 +$$

$$+ 1,25 \frac{1,25}{4\pi \cdot 10^{-7}} \pi \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-4}}{\pi}} 3 \cdot 10^{-4} = 57,6 \text{ Н}.$$

Здесь в качестве обобщенной координаты принимается воздушный зазор l_{δ} и радиус r_0 , т. е. участки кольцевого сердечника, в которых предполагается перемещение по направлению действия расчетной силы.

1.3. ЛИНЕЙНАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЦЕПЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.3.1. КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

Разветвленная цепь постоянного тока (рис. 1.3.1–1.3.30) содержит источники ЭДС E_1 и E_2 , источник тока I_k и линейные резисторы $R_1 - R_5$. На вход цепи подается регулируемое напряжение $U_{\text{ВХ}}$. Значения E_1 , E_2 , I_k , $R_1 - R_5$, а также $U_{\text{ВХ}}$ для одного из режимов работы цепи приведены в табл. 1.3.1.

Требуется:

- 1) рассчитать и построить характеристику «вход-выход»;
- 2) определить входную мощность цепи при заданном $U_{\text{ВХ}}$.

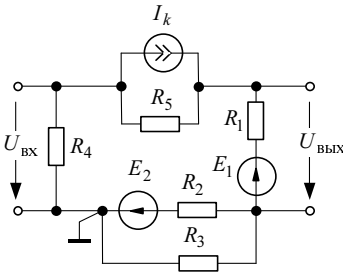


Рис. 1.3.1

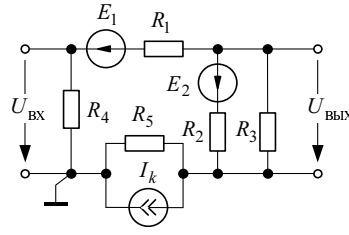


Рис. 1.3.2

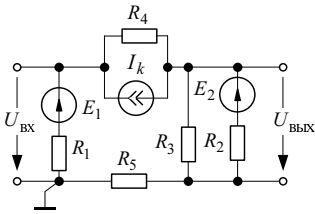


Рис. 1.3.3

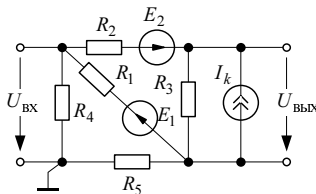


Рис. 1.3.4

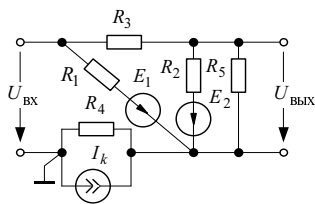


Рис. 1.3.5

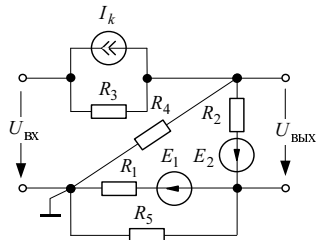


Рис. 1.3.6

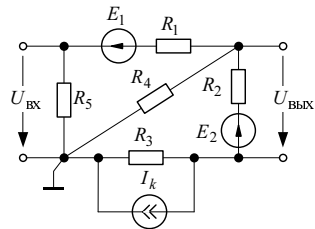


Рис. 1.3.7

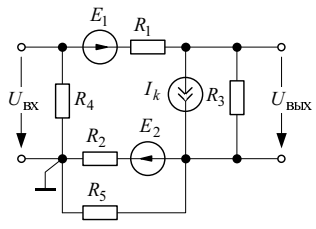


Рис. 1.3.8

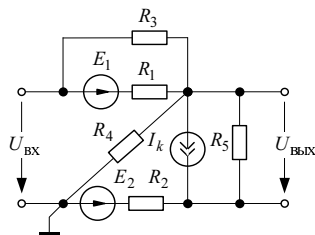


Рис. 1.3.9

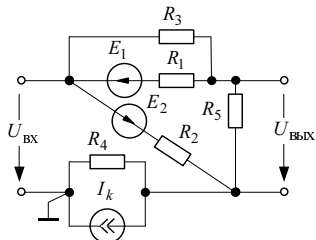


Рис. 1.3.10

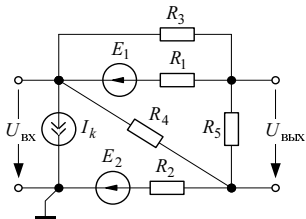


Рис. 1.3.11

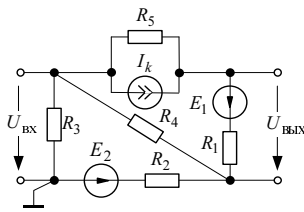


Рис. 1.3.12

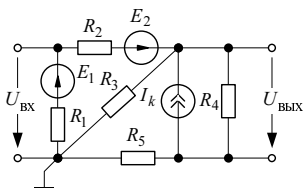


Рис. 1.3.13

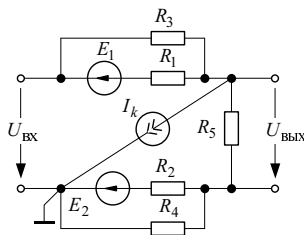


Рис. 1.3.14

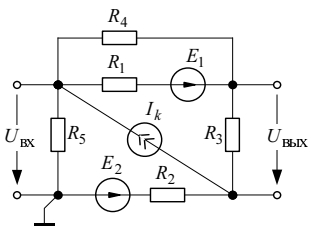


Рис. 1.3.15

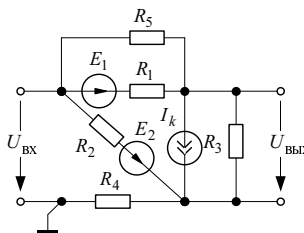


Рис. 1.3.16

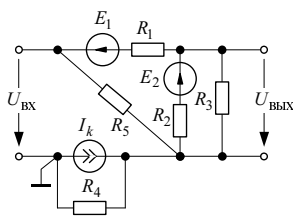


Рис. 1.3.17

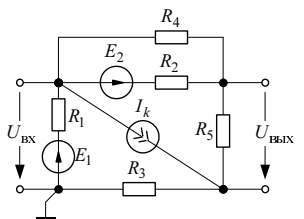


Рис. 1.3.18

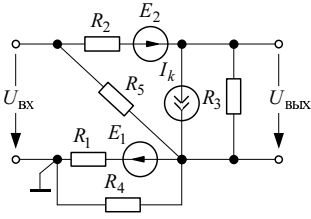


Рис. 1.3.19

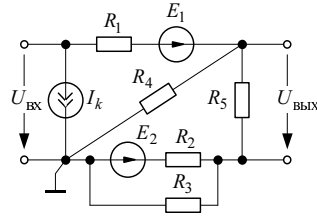


Рис. 1.3.20

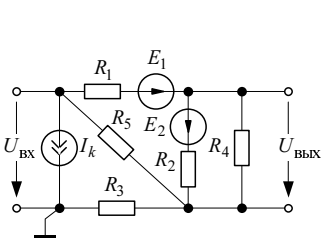


Рис. 1.3.21

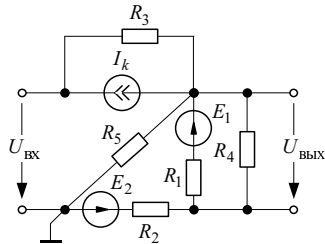


Рис. 1.3.22

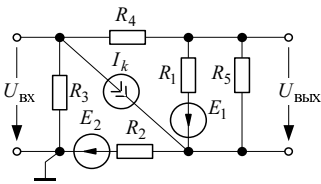


Рис. 1.3.23

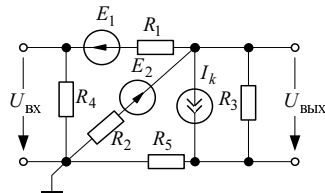


Рис. 1.3.24

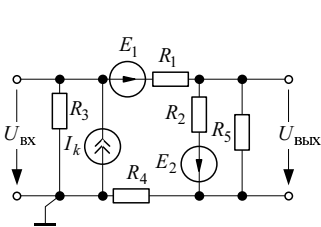


Рис. 1.3.25

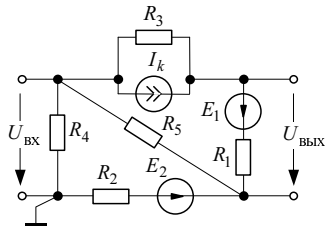


Рис. 1.3.26

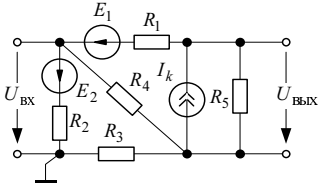


Рис. 1.3.27

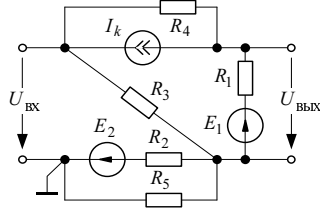


Рис. 1.3.28

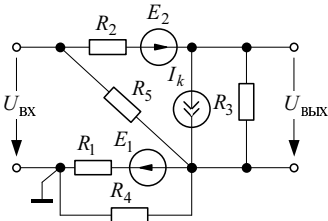


Рис. 1.3.29

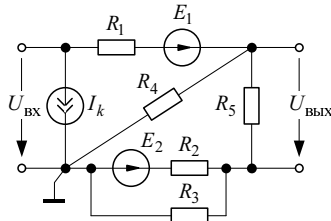


Рис. 1.3.30

Таблица 1.3.1

Но- мер вари- анта	Но- мер схе- мы	$U_{ВХ}$	I_k	E_1	E_2	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
		В	А	В	В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
1	1.3.1	180	0,1	10	100	80	200	300	100	200
2	1.3.2	280	0,5	5	100	20	100	100	70	30
3	1.3.3	100	0,05	50	50	100	300	200	100	80
4	1.3.4	50	0,1	10	10	100	50	150	200	100
5	1.3.5	100	0,1	20	10	100	50	25	100	50
6	1.3.6	280	0,4	40	20	100	50	50	100	100
7	1.3.7	300	0,4	20	8	100	100	100	200	100
8	1.3.8	190	0,5	50	100	30	100	20	400	100
9	1.3.9	200	0,5	200	15	100	20	100	50	80
10	1.3.10	300	2,0	60	100	50	100	50	100	25
11	1.3.11	240	1,0	8,0	40	50	200	50	200	75
12	1.3.12	400	1,0	40	20	100	200	400	100	100
13	1.3.13	100	0,5	40	30	50	20	20	10	20
14	1.3.14	100	0,3	100	150	400	300	400	200	80